

Spis treści

Od Autora	11
0.1 Mechanika kwantowa nie jest łatwa	11
0.2 Informacje dla Czytelnika	13
1 Cząstki i fale	15
1.1 Fale elektromagnetyczne i fotony	15
1.2 Analiza doświadczenia interferencyjnego Younga	17
1.2.1 Eksperyment pierwszy – jedna szczelina otwarta	18
1.2.2 Eksperyment drugi – obie szczeliny otwarte	19
1.2.3 Dyskusja opisu korpuskularnego	20
1.3 Dualizm korpuskularno-falowy	22
1.3.1 Podsumowanie omawianych doświadczeń	22
1.3.2 Potrzeba innego opisu	22
1.3.3 Dualizm korpuskularno-falowy	24
1.4 Idea rozkładu spektralnego	25
1.4.1 Dyskusja eksperymentu polaryzacyjnego	25
1.4.2 Wnioski kwantowo-mechaniczne	27
2 Funkcje falowe i równanie Schrödingera	29
2.1 Hipoteza de Broglie’a. Funkcje falowe	29
2.2 Równanie Schrödingera	31
2.2.1 Uwagi i komentarze	32
2.2.2 Uzasadnienie równania Schrödingera	33
2.2.3 Uogólnienie	35
2.3 Probabilistyczna interpretacja funkcji falowej	36
2.4 Gęstość i prąd prawdopodobieństwa	39
2.4.1 Gęstość prądu prawdopodobieństwa	39
2.4.2 Ciągłość prawdopodobieństwa	40
3 Stacjonarne równanie Schrödingera	43
3.1 Wyprowadzenie	43
3.2 Ogólne rozwiązania	44
3.3 Cząstka swobodna	45
3.3.1 Stacjonarne funkcje falowe	45
3.3.2 Problemy interpretacyjne	46
3.3.3 Nowa (inna) interpretacja	48
3.4 Stany związane i rozproszeniowe	48
3.4.1 Dyskusja ogólna	48
3.4.2 Uwagi o ciągłości funkcji falowych	50

4	Podstawy formalizmu mechaniki kwantowej	51
4.1	Przegląd metod matematycznych	51
4.1.1	Przestrzeń funkcji falowych – przestrzeń Hilberta	51
4.1.2	Operatory liniowe na przestrzeni funkcji falowych	54
4.1.3	Operatory hermitowskie	59
4.2	Pomiary kwantowo-mechaniczne	61
4.2.1	Obserwable	61
4.2.2	Pomiar kwantowo-mechaniczny	62
4.2.3	Postulaty pomiarowe	66
4.3	Wartości oczekiwane i wariancje	67
4.3.1	Wartości oczekiwane	67
4.3.2	Wariancje	69
4.4	Konstrukcja operatorów – obserwabli	71
4.4.1	Operatory położenia i pędu	71
4.4.2	Zasada odpowiedniości	72
4.4.3	Hamiltonian cząstki	74
4.5	Nawiasy Poissona i relacje komutacyjne. Metoda kwantowania	74
5	Równanie Schrödingera	77
5.1	Zachowanie normy wektora stanu – funkcji falowej	77
5.2	Równanie Schrödingera dla układu konserwatywnego	78
5.2.1	Ewolucja w czasie	79
5.2.2	Normowanie funkcji falowej (5.20)	81
5.2.3	Stan początkowy – stan własny hamiltonianu	82
5.2.4	Uwagi o zachowaniu energii	83
5.3	Ewolucja wartości oczekiwanej obserwabli	84
5.3.1	$\langle A \rangle_t$ – liczbowa funkcja czasu	84
5.3.2	Równanie ruchu dla $\langle A \rangle_t$	84
5.4	Równania Ehrenfesta	86
5.4.1	Wyprowadzenie równań Ehrenfesta	86
5.4.2	Dyskusja. Granica klasyczna	88
6	Zasada nieoznaczoności	91
6.1	Formalna zasada nieoznaczoności	91
6.1.1	Pojęcia wstępne	91
6.1.2	Zasada nieoznaczoności	93
6.1.3	Warunki minimalizacji zasady nieoznaczoności	93
6.2	Dyskusja i pewne zastosowania	94
6.2.1	Ogólne sformułowanie	94
6.2.2	Relacja nieoznaczoności położenie-pęd	95
6.2.3	Zastosowanie do atomu w modelu Bohra	96
6.3	Zasada nieoznaczoności energia-czas	97
7	Ważny przykład. Oscylator harmoniczny	101
7.1	Klasyczny oscylator harmoniczny	101
7.2	Dlaczego oscylator jest taki ważny?	102
7.3	Stacjonarne równanie Schrödingera dla oscylatora	103
7.3.1	Zamiana zmiennych	104
7.3.2	Zachowanie asymptotyczne	105
7.3.3	Równanie dla funkcji $f(\xi)$	106
7.3.4	Rozwiązania. Wielomiany Hermite’a	107
7.3.5	Podsumowanie: funkcje i energie własne oscylatora	109

7.4	Pewne zastosowania	110
7.4.1	Element macierzowy operatora położenia	110
7.4.2	Element macierzowy operatora pędu	111
7.4.3	Elementy macierzowe $\langle k x^2 n\rangle$ i $\langle k p^2 n\rangle$	112
7.4.4	Zasada nieoznaczoności dla oscylatora w stanie $\psi_n(x)$	113
7.4.5	Szacowanie energii stanu podstawowego z zasady nieoznaczoności	114
8	Notacja Diraca	117
8.1	Abstrakcyjna przestrzeń wektorów stanu	117
8.2	Kety i bra. Notacja Diraca	118
8.3	Operatory liniowe	120
8.3.1	Operatory, kety i bra	120
8.3.2	Operator rzutowy	121
8.4	Sprzężenia hermitowskie w notacji Diraca	122
8.4.1	Definicja operatora sprzężonego	122
8.4.2	Własności sprzężenia hermitowskiego	122
8.4.3	Uwagi dodatkowe i przykłady	123
8.4.4	Notacja Diraca – reguły mnemotechniczne	124
8.5	Operatory hermitowskie – obserwable	124
9	Reprezentacje w przestrzeni stanów	127
9.1	Definicja reprezentacji	127
9.1.1	Intuicyjne wprowadzenie	127
9.1.2	Relacje ortonormalności i zupełności	128
9.2	Reprezentacje ketów, bra oraz operatorów	129
9.2.1	Reprezentacje ketów i bra	129
9.2.2	Reprezentacja iloczynu skalarnego	130
9.2.3	Uwagi o normowaniu	131
9.2.4	Reprezentacja wektora $ \tilde{\psi}\rangle = \hat{A} \psi\rangle$	131
9.2.5	Reprezentacja iloczynu operatorów	132
9.2.6	Elementy macierzowe operatora sprzężonego	133
9.2.7	Wyrażenie dla $\langle \varphi \hat{A} \psi\rangle$	133
9.3	Nowa terminologia	134
9.3.1	Funkcje falowe w reprezentacji U	134
9.3.2	Operatory w reprezentacji U	135
9.3.3	Wyjaśnienia dodatkowe	136
10	Reprezentacje położeniowa i pędowa	139
10.1	Reprezentacja położeniowa	139
10.1.1	Definicja reprezentacji położeniowej	139
10.1.2	Funkcje falowe w reprezentacji położeniowej	140
10.1.3	Operatory w reprezentacji położeniowej	141
10.1.4	Operator pędu w reprezentacji położeniowej	142
10.1.5	Zasada odpowiedniości w reprezentacji położeniowej	144
10.2	Reprezentacja pędowa	144
10.3	Związek między reprezentacjami $ \vec{r}\rangle$ i $ \vec{p}\rangle$	146
10.3.1	Funkcje własne pędu w reprezentacji położeniowej	147
10.3.2	Zmiana reprezentacji – pary fourierowskie	149
10.3.3	Cząstka swobodna	150
10.3.4	Kłopoty interpretacyjne	150

11	Zupełny zbiór obserwabli komutujących	153
11.1	Twierdzenia matematyczne	154
11.2	Zupełny zbiór obserwabli komutujących (ZZOK)	157
11.3	Uwagi praktyczne	158
12	Postulaty mechaniki kwantowej	161
12.1	Postulat 1: wektor stanu	162
12.2	Postulat 2: obserwable	163
12.3	Postulat 3: wyniki pomiarów – wartości własne obserwabli	164
12.4	Postulat 4: prawdopodobieństwo wyników pomiarowych	164
12.4.1	Przypadek widma dyskretnego bez degeneracji	164
12.4.2	Przypadek widma dyskretnego z degeneracją	165
12.4.3	Przypadek widma ciągłego	166
12.4.4	Ogólne komentarze do postulatu 4	166
12.5	Postulat 5: pomiar – redukcja wektora stanu	167
12.6	Postulat 6: ewolucja w czasie – równanie Schrödingera	168
13	Kwantowa teoria momentu pędu	169
13.1	Podstawowe definicje	169
13.2	Relacje komutacyjne	170
13.3	Ogólny operator moment pędu	171
13.3.1	Uogólnienia	171
13.3.2	Relacje komutacyjne	172
13.4	Wartości własne operatorów $\vec{J}^2$ oraz $J_3 = J_z$	174
13.4.1	Wartość własna m jest ograniczona	175
13.4.2	Własności $J_{\pm} j m\rangle$	176
13.4.3	Wartości własne $\vec{J}^2$ oraz $J_3 = J_z$	177
13.4.4	Podsumowanie	178
13.5	Wektory własne operatorów $\vec{J}^2$ oraz $J_3 = J_z$. Reprezentacja standardowa	179
14	Orbitalny moment pędu	181
14.1	Ogólne własności orbitalnego momentu pędu	181
14.1.1	Wartości własne i wektory własne	182
14.1.2	Elementy macierzowe	182
14.2	Orbitalny moment pędu w reprezentacji położeniowej	183
14.2.1	Współrzędne kartezjańskie i sferyczne	183
14.2.2	Operatory L_k we współrzędnych sferycznych	184
14.2.3	Operator $\vec{L}^2$ we współrzędnych sferycznych	185
14.2.4	Wartości własne i funkcje własne $\vec{L}^2$ i L_3	187
14.3	Harmoniki sferyczne	189
14.3.1	Pożyteczne formuły	190
15	Stany stacjonarne w potencjale centralnym	193
15.1	Kwantowe zagadnienie dwóch ciał	193
15.1.1	Separacja zmiennych w mechanice kwantowej	193
15.1.2	Wartości i funkcje własne hamiltonianu	195
15.1.3	Współrzędne sferyczne. Hamiltonian	197
15.2	Radialne równanie Schrödingera	198
15.2.1	Zupełny zbiór obserwabli komutujących	198
15.2.2	Radialne równanie Schrödingera	200
15.2.3	Zachowanie się funkcji radialnych w $r = 0$	201
15.3	Podsumowanie	202

16 Atom wodoropodobny	205
16.1 Stabilność atomu	206
16.1.1 Dyskusja klasyczna	206
16.1.2 Dyskusja kwantowo-mechaniczna	206
16.2 Kwantowo-mechaniczna teoria atomu wodoropodobnego	208
16.2.1 Równanie radialne – własności	208
16.2.2 Rozwiązanie równania radialnego	209
16.2.3 Analiza rekurencji i kwantowanie energii	214
16.3 Omówienie uzyskanych rezultatów	217
16.3.1 Poziomy energetyczne. Główna liczba kwantowa	217
16.3.2 Radialne funkcje falowe	219
16.3.3 Średni rozmiar atomu	222
16.4 Podsumowanie	223
17 Oddziaływanie z polem elektromagnetycznym	225
17.1 Przybliżenie półklasyczne w mechanice kwantowej	225
17.1.1 Hamiltonian	225
17.1.2 Niezmienniczość ze względu na cechowanie	226
17.1.3 Ciągłość prądu prawdopodobieństwa	227
17.2 Jednorodne pole magnetyczne	229
17.2.1 Wybór potencjału wektorowego	229
17.2.2 Hamiltonian	230
17.2.3 Dyskusja rzędów wielkości	231
17.2.4 Interpretacja członu paramagnetycznego i diamagnetycznego	233
17.3 Normalny efekt Zeemana dla atomu wodoropodobnego	235
17.3.1 Poziomy energetyczne	235
17.3.2 Dyskusja fizyczna	236
18 Teoria spinu 1/2	239
18.1 Braki dotychczasowej teorii	239
18.2 Postulaty teorii Pauliego	240
18.3 Macierze Pauliego i operatory spinu 1/2	243
18.4 Nierelatywistyczny opis cząstki o spinie 1/2	246
18.4.1 Wektory stanu – spinory	246
18.4.2 Operatory i ich działanie na spinory	247
18.4.3 Obliczanie prawdopodobieństw i wartości oczekiwanych	248
19 Dodawanie momentów pędu	251
19.1 Całkowity moment pędu	251
19.1.1 Przykład kwantowo-mechaniczny	251
19.1.2 Oddziaływanie spin-orbita – dyskusja wstępna	253
19.2 Dodawanie dwóch momentów pędu	255
19.2.1 Omówienie ogólne	255
19.2.2 Podstawowe własności operatora $\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$	256
19.2.3 Wartości własne (liczby kwantowe) J oraz M	258
19.2.4 Wektory własne operatorów $\vec{J}^2$ i J_3	259
19.3 Współczynniki Clebscha-Gordana (CG)	264
19.3.1 Własności współczynników CG	265

20	Stacjonarny rachunek zaburzeń	273
20.1	Istota problemu	273
20.2	Rachunek zaburzeń dla stanu niezdegenerowanego	275
20.2.1	Formalizm matematyczny	276
20.2.2	Poprawki pierwszego i drugiego rzędu	277
20.2.3	Dyskusja uzyskanych rezultatów	280
20.3	Rachunek zaburzeń dla stanu zdegenerowanego	281
20.3.1	Formalizm rachunku zaburzeń z degeneracją	282
20.3.2	Dyskusja macierzy zaburzenia	284
20.3.3	Podsumowanie	286
20.3.4	Przykłady zastosowań	287
21	Rachunek zaburzeń z czasem	289
21.1	Przybliżone rozwiązanie równania Schrödingera	290
21.1.1	Wpływ zewnętrznego zaburzenia	290
21.1.2	Prawdopodobieństwo przejścia w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń	291
21.2	Zaburzenie harmoniczne	293
21.2.1	Prawdopodobieństwo przejścia	294
21.2.2	Własności funkcji pomocniczych	296
21.2.3	Przybliżenie rezonansowe	298
21.2.4	Zaburzenie stałe w czasie	301
21.2.5	Szerokość rezonansu i zasada nieoznaczoności	302
21.2.6	Warunki stosowalności	302
21.2.7	Podsumowanie	304
21.3	Sprzężenie ze stanami z kontinuum	305
21.3.1	Dyskusja problemu	305
21.3.2	Złota reguła Fermiego	306
22	Oddziaływanie atomów z falą elektromagnetyczną	309
22.1	Hamiltonian oddziaływania	309
22.2	Układ atomowy	309
22.3	Oddziaływanie z falą elektromagnetyczną	310
22.3.1	Fala płaska. Hamiltonian oddziaływania z atomem	311
22.4	Prawdopodobieństwo przejścia	313
22.4.1	Przybliżenie dipolowe	313
22.4.2	Uzasadnienie zaniedbania członu $\vec{S} \cdot \vec{B}$	315
22.4.3	Obliczenia	316
22.5	Reguły wyboru	317
22.5.1	Polaryzacja liniowa	318
22.5.2	Polaryzacja kołowa	319
22.5.3	Uwagi dodatkowe	320
22.6	Stosowalność rachunku zaburzeń	320
22.7	Współczynniki A i B Einsteina	322
22.7.1	Promieniowanie ciała doskonale czarnego. Teoria Einsteina	322
22.7.2	Wyniki kwantowo-mechaniczne	325
22.7.3	Uśrednienie po orientacjach dipola atomowego	325
22.7.4	Współczynnik A emisji spontanicznej	326
22.7.5	Czas życia wzbudzonego stanu atomowego	326
	Bibliografia	327
	Skorowidz	329