

SPIS RZECZY

Przedmowa	7
Rozdział I. Przestrzenie metryczne, przestrzenie Banacha, przestrzenie unitarne i przestrzenie Hilberta	
§ 1. Pojęcia wstępne	11
§ 2. Przykłady przestrzeni unitarnych. Przestrzenie rzeczywiste	13
§ 3. Definicja przestrzeni Hilberta. Uzupełnianie przestrzeni unitarnej	16
§ 4. Przestrzeń odwzorowań ciągłych $\mathcal{C}(E, F)$	18
§ 5. Uzupełnianie przestrzeni unitarnej	19
Rozdział II. Geometria przestrzeni Hilberta	
§ 1. Liniowa zależność wektorów. Przestrzeń n -wymiarowa	25
§ 2. Przestrzeń Hilberta nieskończenie wymiarowa	26
§ 3. Zbiory zupełne	28
§ 4. Twierdzenie Beppo-Levi. Rozkład ortogonalny przestrzeni Hilberta	29
§ 5. Defekt podprzestrzeni, hiperpłaszczyzny. Postać funkcyjonału liniowego	32
§ 6. Twierdzenie Hahna-Banacha	36
Rozdział III. Operatory hermitowskie. Rozkład spektralny operatora hermitowskiego	
§ 1. Transformacje sprzężone	41
§ 2. Przykłady operatorów hermitowskich	43
§ 3. Twierdzenie spektralne (przypadek skończenie wymiarowy)	45
§ 4. Twierdzenie spektralne w dowolnej przestrzeni Hilberta	47
Rozdział IV. Operatory symetryczne i samosprężone. O rozszerzaniu operatora symetrycznego do samosprężonego	
§ 1. Operatory nieograniczone	53
§ 2. Operator A^* . Przykłady operatorów sprzężonych	54
§ 3. Twierdzenia von Neumanna	56
§ 4. Operatory symetryczne i półograniczone. Rozszerzenie według Friedrichsa	57
§ 5. Reprezentacja spektralna operatora półograniczonego	60
§ 6. Funkcje operatora samosprężonego (rachunek operatorów Stone'a-v. Neumanna)	61
§ 7. O widmie operatora samosprężonego	66
§ 8. Przykłady operatorów różniczkowych symetrycznych	68
Rozdział V. Operatory izometryczne i unitarne. Rozszerzanie operatora symetrycznego do samosprężonego. Twierdzenie spektralne dla operatora samosprężonego	
§ 1. Operatory izometryczne	71
§ 2. Rozszerzenie operatora izometrycznego do unitarnego	73
§ 3. Transformacja Cayleya i dowód twierdzenia von Neumanna	74

§ 4. Przykłady operatorów różniczkowych posiadających samosprężone rozszerzenie. Lemat L. Maurin	76
§ 5. Twierdzenie spektralne dla ogólnego operatora samosprężonego	78

Rozdział VI. Operatory zwarte. Teoria RIESZA równania liniowego z operatorem zwartym. Przykłady

§ 1. Operatory ciągle skończenie wymiarowe. Definicja transformacji zwartej	81
§ 2. Własności operatorów zwartych	84
§ 3. Teoria RIESZA równania liniowego drugiego rodzaju	88
§ 4. Widmo swartego operatora hermitowskiego. Twierdzenie Hilberta-SchmidTA	92
§ 5. Twierdzenie spektralne Rellicha	93
§ 6. Słaba zbieżność w przestrzeni Hilberta. Twierdzenie RIESZA	96

Rozdział VII. Przemienne algebry Banacha. Twierdzenie Gelfanda-Najmarka. Maksymalne C^* -algebry. Zastosowania

§ 1. Algebra ograniczonych operatorów w przestrzeni Banacha. Widmo operatora	103
§ 2. Teoria Gelfanda ideałów maksymalnych	107
§ 3. Przemienne C^* -algebry. Twierdzenie Gelfanda-Najmarka	114
§ 4. Maksymalne przemienne C^* -algebry operatorów przestrzeni Hilberta	120
§ 5. Zupełność układu komutujących operatorów	123

Rozdział VIII. Całki proste przestrzeni Hilberta. Dwa dowody twierdzenia spektralnego. Twierdzenie von Neumanna o diagonalizacji C^* -algebr. Pola mierzalne przestrzeni Hilberta

§ 1. O algebrach Banacha i teorii Gelfanda-Najmarka	125
§ 2. Dowód twierdzenia spektralnego oparty na twierdzeniu Gelfanda-Najmarka	127
§ 3. Całki proste przestrzeni Hilberta	129
§ 4. Pełne twierdzenie spektralne von Neumanna	131
§ 5. Algebry Banacha bez jedności. Drugi dowód pełnego twierdzenia spektralnego	135
§ 6. Pola mierzalne przestrzeni Hilberta	142

Rozdział IX. Jednparametrowe pólgrupy operacji liniowych (teoria Yosidy). Twierdzenie Stone'a. Twierdzenie Gårdinga o reprezentacjach grup Liego

§ 1. Rozważania heurystyczne. Pojęcia podstawowe	145
§ 2. Teoria Yosidy	147
§ 3. Teoria Yosidy cd. (Dowód drugiego twierdzenia Yosidy)	152
§ 4. Jednparametrowe grupy operatorów unitarnych. Twierdzenie Stone'a	153
§ 5. Uwagi uzupełniające	155
§ 6. Twierdzenie Gårdinga o reprezentacjach grup Liego	155

Rozdział X. Twierdzenie podstawowe o słabych rozwiązaniach układów eliptycznych. Funkcja Greena

§ 1. Twierdzenie podstawowe	159
§ 2. Wnioski z twierdzenia podstawowego o słabych rozwiązaniach	164
§ 3. Funkcja Greena i jej własności	166

Rozdział XI. Metoda samosprzężonych rozszerzeń

§ 1. Zagadnienie Dirichleta	170
§ 2. Zagadnienia na wartości własne	172
§ 3. O teorii Wiszika	174

Rozdział XII. Metoda rzutu prostopadłego (zasada Dirichleta) i jej związek z metodami Trefftza i Ritza

§ 1. Uwagi heurystyczne	178
§ 2. Przestrzeń $\mathcal{S}$ i jej rozkład ortogonalny $Z \oplus U$	179
§ 3. O metodzie Trefftza i Ritza	180
§ 4. Klasyczna konstrukcja ciągów Trefftza i Ritza	181
§ 5. Układy samosprężone równań eliptycznych	182

Rozdział XIII. Zagadnienia brzegowe i własne dla ogólnych operatorów eliptycznych dowolnego rzędu. Układy mocnoeliptyczne. Metoda Galerkina

§ 1. Sformułowanie ogólnego zagadnienia Dirichleta	185
§ 2. Półograniczoność operatora eliptycznego	186
§ 3. Uogólniona całka Dirichleta	188
§ 4. Zagadnienie Dirichleta	192
§ 5. Para równań z operatorami sprzężonymi	195
§ 6. Uogólnienie zagadnienia Neumanna	196
§ 7. O metodzie Galerkina	197
§ 8. Zagadnienia na wartości własne. Transformacja Greena	199

Rozdział XIV. Nierówności Ehrlinga. Zwartość operacji zanurzenia. Lemat Sobolewa. Stała półciągłość funkcyjów rachunku wariacyjnego całek wielokrotnych

§ 1. Wstęp	205
§ 2. Obszary Ehrlinga	206
§ 3. Nierówności Ehrlinga	208
§ 4. Zwartość podzbiorów przestrzeni L^2 . Zwartość zanurzenia $I_{l,k}$	214
§ 5. Przestrzenie H_{-k} ($k \geq 0$).	217
§ 6. Nierówności podstawowe	219
§ 7. Problemy wibracji. Nierówności podstawowe	221
§ 8. Funkcje półciągle	224
§ 9. Formy kwadratowe słabo półciągle. Formy Legendre'a	225
§ 10. Formy kwadratowe rachunku wariacyjnego	229
§ 11. O funkcyjach występujących w teorii płyt sprężystych. Różniczkowalność elementu nadającego minimum absolutne	232

Rozdział XV. Twierdzenie Bochnera o analitycznym zanurzeniu zwartej przestrzeni Riemanna w przestrzeń euklidesową

§ 1. Idea dowodu	236
§ 2. Widmo operatora Δ^c	237
§ 3. Jednostajna aproksymacja funkcji różniczkowalnej przez funkcje analityczne	238

Rozdział XVI. Ogólna teoria rozwinięć na funkcje własne operatorów całkowych i różniczkowych. Asymptotyka funkcji spektralnej (teoria Gårdinga)

§ 1. Rozważania wstępne	240
§ 2. Twierdzenia o rozwijaniu na funkcje własne związane z jądrami Carlemaniana	242

§ 3. Operatory liniowe eliptyczne dowolnego rzędu.	250
§ 4. O rozwinięciach na „funkcje własne” dowolnych operatorów samosprężonych w przestrzeni $L^2(\Omega_n)$	252
§ 5. Operatory różniczkowe zwyczajne. Macierze spektralne. Transformacja Fouriera w L^2 (teoria Plancherela).	255
§ 6. Asymptotyka funkcji spektralnej półograniczonego samosprężonego rozszerzenia operatora eliptycznego.	262
Rozdział XVII. Metoda Fouriera	
§ 1. Rozważania heurystyczne.	267
§ 2. Wariant operatorowy i jego rozwiązanie.	269
§ 3. Różniczkowalność rozwiązania uogólnionego.	272
§ 4. Rozwiązanie zagadnień mieszanych dla układów parabolicznych typu $\partial u / \partial t = -A_x u$	275
§ 5. Zagadnienia mieszane i zagadnienia Cauchy'ego dla równań typu $\frac{1}{\sqrt{-1}} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = A_x u$. (Równania ruchu mechaniki kwantowej).	276
§ 6. Zagadnienia mieszane dla równań niejednorodnych.	277
§ 7. Uwagi zamykające.	278
Rozdział XVIII. Teoria pól harmonicznych	
§ 1. Definicja pola harmonicznego.	281
§ 2. Twierdzenia Kodairy.	285
§ 3. Równanie $\frac{da}{dt} = Aa$ i metoda rzutu prostopadłego w teorii pól harmonicznych.	286
§ 4. Konstrukcja operatora $A' \supset A_0$. Dowód twierdzeń Kodairy i Gaffneya.	288
§ 5. Pola harmoniczne na zwartych rozmaitościach.	291
§ 6. Uwagi zamykające.	292
§ 7. Pewne zastosowania teorii pól harmonicznych do badania zwartych rozmaitości Riemanna.	293
Rozdział XIX. Teoria ergodyczna	
§ 1. O hipotezie (quasi)-ergodycznej w mechanice statystycznej.	296
§ 2. Metryczna tranzytywność i ergodyczność przepływu. Twierdzenie ergodyczne von Neumanna.	297
§ 3. Dowód twierdzenia ergodycznego.	300
§ 4. „Bezpośredni” dowód twierdzenia ergodycznego.	302
§ 5. Twierdzenie ergodyczne Yosidy-Kakutaniego.	304
§ 6. Istnienie miary niezmienniczej w zwartych układach dynamicznych.	307
Rozdział XX. Teoria funkcji i wektorów prawie okresowych. O reprezentacjach grup topologicznych. Funkcje kuliste	
§ 1. Bochnerowska definicja funkcji prawie okresowej Bohra. Wektory prawie okresowe.	309
§ 2. Teoria wektorów prawie okresowych.	312
§ 3. Teoria wektorów prawie okresowych (cd.). (Twierdzenie o mocnej aproksymacji Weyla-Maaka).	314
§ 4. Skalarne funkcje prawie okresowe. Drugie twierdzenie podstawowe. Twierdzenie Bohra.	316

§ 5. Drugie twierdzenie podstawowe teorii wektorów prawie okresowych . . .	318
§ 6. Funkcje prawie okresowe a reprezentacje grup	320
§ 7. Funkcje na przestrzeniach jednorodnych. Funkcje kuliste	322
Zakończenie. Uwagi historyczne i bibliograficzne.	325
Dodatek 1	
§ 1. Topologia	332
§ 2. Teoria całki	335
Dodatek 2	341
Wykaz cytowanej literatury	343
Skorowidz symboli	349
Skorowidz nazw	351

