

SPIS TREŚCI

Wykaz podstawowych symboli	7
Wstęp	9
1. Szeregi liczbowe	11
1.1. Podstawowe definicje	11
1.1.1. Szereg liczbowy	11
1.1.2. Zbieżność szeregu	11
1.1.3. Szereg geometryczny	12
1.1.4. Szereg harmoniczny	12
1.2. Szeregi o wyrazach nieujemnych – kryteria zbieżności	13
1.2.1. Kryterium porównawcze	13
1.2.2. Kryterium d'Alemberta	14
1.2.3. Kryterium Cauchy'ego	15
1.2.4. Kryterium całkowite	16
1.3. Szeregi o wyrazach dowolnych – kryteria zbieżności	17
1.3.1. Kryterium Leibniza	17
1.3.2. Kryterium bezwzględnej zbieżności	17
1.3.3. Kryterium Dirichleta	18
1.3.4. Kryterium Abela	18
1.4. Szeregi funkcyjne	19
1.4.1. Szereg funkcyjny	19
1.4.2. Zbieżność jednostajna	19
1.4.3. Szereg potęgowy	20
1.4.4. Promień zbieżności i przedział zbieżności szeregu potęgowego	20
1.5. Zagadnienia uzupełniające	20
1.5.1. Zastosowanie szeregu Taylora i Maclaurina	20
2. Macierze i wyznaczniki. Układy równań liniowych	23
2.1. Pojęcie macierzy	23
2.2. Macierze kwadratowe	24
2.2.1. Macierz diagonalna, jednostkowa, zerowa	24

2.2.2. Macierz transponowana	24
2.2.3. Równość macierzy	25
2.3. Działania na macierzach	25
2.3.1. Dodawanie macierzy	25
2.3.2. Mnożenie macierzy przez liczbę	25
2.3.3. Mnożenie macierzy	26
2.4. Wyznaczniki	27
2.4.1. Definicja wyznacznika. Minor. Dopełnienie algebraiczne	27
2.4.2. Rozwinięcie Laplace'a	28
2.4.3. Sposób Sarrusa	29
2.4.4. Właściwości wyznaczników ułatwiające ich obliczanie	29
2.4.5. Macierz odwrotna	31
2.4.6. Rząd macierzy	32
2.4.7. Macierz charakterystyczna. Wektory własne	33
2.5. Układy równań liniowych	33
2.5.1. Definicja układu równań liniowych Cramera	34
2.5.2. Macierz główna układu	34
2.5.3. Metoda macierzowa rozwiązywania układu równań Cramera	34
2.5.4. Metoda wyznaczników rozwiązywania układu równań Cramera	35
2.6. Układ m równań liniowych o n niewiadomych	36
2.6.1. Twierdzenie Kroneckera–Capelliego	37
2.6.2. Układ jednorodny	38
2.6.3. Metoda eliminacji Gaussa	39
2.7. Inne zastosowania macierzy	40
2.7.1. Przekształcenia geometryczne – grafika 3D	41
2.7.2. Macierzowa reprezentacja grafu – wyszukiwarki internetowe	42
2.7.3. Macierz ryzyka	42
2.7.4. Iloczyn skalarny i wektorowy dwóch wektorów	43
3. Liczby zespolone	45
3.1. Podstawowe definicje i własności	45
3.1.1. Definicja	45
3.1.2. Interpretacja geometryczna	45
3.1.3. Własności	46
3.2. Postać algebraiczna	47
3.2.1. Jednostka urojona	47
3.2.2. Postać algebraiczna liczby zespolonej (część rzeczywista i urojona)	47
3.2.3. Sprzężenie liczby zespolonej	48
3.2.4. Przykłady do rozdziałów: 3.1 i 3.2	48
3.3. Moduł i argument liczby zespolonej	50

3.3.1. Moduł	50
3.3.2. Interpretacja geometryczna	50
3.3.3. Własności	51
3.3.4. Przykłady do rozdziału: 3.3	51
3.4. Postać trygonometryczna	52
3.4.1. Definicja	52
3.4.2. Argument	52
3.4.3. Własności	52
3.4.4. Własności postaci trygonometrycznej (w tym: wzór de Moivre'a)	53
3.4.5. Przykłady do rozdziału 3.4	53
3.5. Postać wykładnicza liczby zespolonej	54
3.5.1. Symbol $e^{i\varphi}$	54
3.5.2. Wzory Eulera	55
3.5.3. Postać wykładnicza liczby zespolonej	55
3.5.4. Przykłady do rozdziału 3.5	55
3.6. Pierwiastkowanie liczb zespolonych	55
3.6.1. Pierwiastek z liczby zespolonej	56
3.6.2. Przykłady do rozdziału 3.6	56
3.7. Zagadnienia uzupełniające	58
4. Geometria analityczna w przestrzeni	59
4.1. Układ współrzędnych	59
4.1.1. Odległość między punktami	60
4.1.2. Współrzędne wektora	61
4.1.3. Cosinusy kierunkowe wektora	62
4.2. Algebra wektorów w przestrzeni trójwymiarowej	62
4.2.1. Suma wektorów	63
4.2.2. Różnica wektorów	63
4.2.3. Iloczyn liczby przez wektor	64
4.2.4. Iloczyn skalarny wektorów	64
4.2.5. Cosinus kąta między wektorami	65
4.2.6. Iloczyn wektorowy	66
4.2.7. Pole równoległoboku	67
4.2.8. Iloczyn mieszany trzech wektorów	68
4.2.9. Komplanarność wektorów	68
4.2.10. Objętość równoległościanu	69
4.2.11. Objętość czworościanu	70
4.3. Płaszczyzna w przestrzeni	71
4.3.1. Równanie płaszczyzny	71
4.3.2. Wyznaczanie równania płaszczyzny	72
4.3.3. Równanie odcinkowe płaszczyzny	73

4.3.4. Wzajemne położenie płaszczyzn	74
4.3.5. Kąt między płaszczyznami	75
4.3.6. Pęk płaszczyzn	75
4.3.7. Odległość punktu od płaszczyzny	76
4.4. Prosta w przestrzeni trójwymiarowej	76
4.4.1. Równanie kanoniczne prostej	77
4.4.2. Równania parametryczne prostej	77
4.4.3. Wyznaczanie równania prostej	77
4.4.4. Równanie krawędziowe prostej	78
4.4.5. Wzajemne położenie prostych	79
4.4.6. Odległość punktu od prostej	80
4.4.7. Odległość prostych skośnych	81
4.5. Prosta i płaszczyzna	81
4.5.1. Wzajemne położenie prostej i płaszczyzny	81
4.5.2. Równoległość płaszczyzny i prostej	81
4.5.3. Kąt między płaszczyzną a prostą	82
4.5.4. Punkt wspólny płaszczyzny i prostej	82
4.5.5. Rzut punktu na płaszczyznę	82
4.5.6. Rzut prostej na płaszczyznę	83
4.6. Powierzchnie stopnia drugiego	84
4.6.1. Sfera	84
4.6.2. Elipsoida	85
4.6.3. Hiperboloida	85
4.6.4. Paraboloida	86
4.6.5. Stożek	87
4.6.6. Powierzchnie prostokątne	87
4.6.7. Powierzchnie walcowe	87
4.6.8. Powierzchnie obrotowe	89
Bibliografia	91