

Spis rzeczy

Od Wydawnictwa	5
Z przedmowy autora do wydania pierwszego	7
Z przedmowy autora do wydania drugiego	9

Wstęp

Istota rachunku prawdopodobieństwa

§ 1. Podłoże	11
§ 2. Sposób wykładu	13
§ 3. Prawdopodobieństwo „statystyczne”	14
§ 4. Podsumowanie	15
§ 5. Uwagi historyczne.	16

Rozdział I

Przestrzeń próbek

§ 1. Podłoże empiryczne	17
§ 2. Przykłady.	19
§ 3. Przestrzeń próbek. Zdarzenia.	23
§ 4. Relacje między zdarzeniami	24
§ 5. Dyskretna przestrzeń próbek	27
§ 6. Prawdopodobieństwo w dyskretnych przestrzeniach próbek. Uwagi wstępne	28
§ 7. Podstawowe definicje i reguły	31
§ 8. Zadania	33

Rozdział II

Elementy kombinatoryki

§ 1. Wiadomości wstępne.	35
§ 2. Proბki	38
§ 3. Przykłady.	40

§ 4. Podpopulacje i podziały	42
§ 5*. Zastosowanie do zadania o rozmieszczeniu	46
§ 5a. Zastosowanie do teorii serii	50
§ 6. Rozkład hipergeometryczny	51
§ 7. Przykłady czasów oczekiwania	55
§ 8. Współczynniki dwumianowe	58
§ 9. Wzór Stirlinga	60
§ 10. Zadania i przykłady	62
§ 11. Zadania i uzupełnienia o charakterze teoretycznym	65
§ 12. Zadania i tożsamości dotyczące współczynników dwumianowych	69

Rozdział III*

Fluktuacje przy rzutach monetą i błędzenie przypadkowe

§ 1. Uwagi ogólne	74
§ 2. Zagadnienie uporządkowania	77
§ 3. Błędzenie przypadkowe i rzuty monetą	80
§ 4. Inne sformułowanie twierdzeń kombinatorycznych	81
§ 5. Prawdopodobieństwa długich prowadzeń, pierwsze prawo arcusa sinusa	84
§ 6. Liczba powrotów do początku	88
§ 7. Ilustracja doświadczalna	90
§ 8. Różne uzupełnienia	92

Rozdział IV*

Kombinacja zdarzeń

§ 1. Sumy zdarzeń	94
§ 2. Zastosowanie do klasycznego zagadnienia o rozmieszczeniach	97
§ 3. Realizacja m spośród N zdarzeń	102
§ 4. Zastosowania do skojarzeń i zgadywań	103
§ 5. Różne uzupełnienia	106
§ 6. Zadania	107

Rozdział V

Prawdopodobieństwo warunkowe. Niezależność statystyczna

§ 1. Prawdopodobieństwo warunkowe	110
§ 2. Prawdopodobieństwa określone za pomocą prawdopodobieństw warunkowych. Schematy urnowe	114
§ 3. Niezależność statystyczna	120
§ 4. Próby wielokrotne	123
§ 5*. Zastosowanie do genetyki	127
§ 6*. Cechy związane z płcią	131
§ 7*. Selekcje	133
§ 8. Zadania	135

Rozdział VI

Rozkład dwumianowy i rozkład Poissona

§ 1. Próby Bernoulliego	141
§ 2. Rozkład dwumianowy	142
§ 3. Wyraz środkowy i „ogony”	144
§ 4. Prawo wielkich liczb	146
§ 5. Przybliżenie Poissona	147
§ 6. Rozkład Poissona	151
§ 7. Przykłady obserwacji zgodnych z rozkładem Poissona	154
§ 8. Czasy oczekiwania. Ujemny rozkład dwumianowy	159
§ 9. Rozkład wielomianowy	161
§ 10. Zadania	162

Rozdział VII

Przybliżenie rozkładu dwumianowego rozkładem normalnym

§ 1. Rozkład normalny	168
§ 2. Twierdzenie graniczne de Moivre'a-Laplace'a	171
§ 3. Przykłady	177
§ 4. Związek z przybliżeniem Poissona	180
§ 5. Wielkie odchylenia	181
§ 6. Zadania	182

Rozdział VIII*

Nieskończone ciągi prób Bernoulliego

§ 1. Nieskończone ciągi prób	186
§ 2. Systemy gry	189
§ 3. Lematy Borela-Cantelliego	191
§ 4. Mocne prawo wielkich liczb	193
§ 5. Prawo iterowanego logarytmu	195
§ 6. Interpretacja w języku teorii liczb	199
§ 7. Zadania	200

Rozdział IX

Zmienne losowe. Wartość oczekiwana

§ 1. Zmienne losowe	202
§ 2. Wartości oczekiwane	209
§ 3. Przykłady i zastosowania	212
§ 4. Wariancja	216
§ 5. Kowariancja. Wariancja sumy	218
§ 6. Nierówność Czebyszewa	222

§ 7*. Nierówność Kołmogorowa	223
§ 8*. Współczynnik korelacji	224
§ 9. Zadania	226

Rozdział X

Prawa wielkich liczb

§ 1. Zmienne losowe o jednakowym rozkładzie	231
§ 2*. Dowód prawa wielkich liczb	235
§ 3. Teoria gier „sprawiedliwych”	236
§ 4*. Gra petersburska	238
§ 5. Przypadek niejednakowych rozkładów	241
§ 6*. Zastosowania do kombinatoryki	244
§ 7*. Mocne prawo wielkich liczb	246
§ 8. Zadania	249

Rozdział XI

Zmienne losowe przyjmujące wartości całkowite nieujemne. Funkcje tworzące

§ 1. Uwagi ogólne	251
§ 2. Kompozycja (splot)	253
§ 3. Zastosowanie do czasu pierwszego przejścia i czasu powrotu w doświadczeniach Bernoulliego	256
§ 4. Rozkład na ułamki proste	260
§ 5. Dwuwymiarowe funkcje tworzące	263
§ 6*. Twierdzenie o ciągłości	264
§ 7. Zadania	266

Rozdział XII*

Rozkłady złożone. Procesy gałązkowe

§ 1. Sumy losowej liczby zmiennych losowych	270
§ 2. Złożony rozkład Poissona	272
§ 3. Rozkłady nieskończenie podzielne	273
§ 4. Przykłady procesów gałązkowych	274
§ 5. Prawdopodobieństwo wymarcia w procesach gałązkowych	276
§ 6. Zadania	278

Rozdział XIII

Zdarzenia rekurencyjne. Równanie odnowienia

§ 1. Nieformalny wstęp i przykłady	280
§ 2. Definicje	283
§ 3. Podstawowe zależności	287

§ 4. Równanie odnowienia	291
§ 5. Opóźnione zdarzenia rekurencyjne	294
§ 6. Liczba pojawień się zdarzenia δ	297
§ 7*. Zastosowania do teorii serii	300
§ 8*. Ogólniejsze wzorce standardowe	304
§ 9. Brak pamięci dla geometrycznego rozkładu czasu oczekiwania	305
§ 10. Dowód twierdzenia 3 z paragrafu 3	306
§ 11. Zadania	308

Rozdział XIV

Błądzenie przypadkowe i zadanie o ruinie gracza

§ 1. Uwagi wstępne	312
§ 2. Klasyczne zadanie o ruinie gracza	314
§ 3. Oczekiwana długość gry	317
§ 4*. Funkcja tworząca długości gry oraz czasu pierwszego przejścia	319
§ 5*. Wyrażenia jawne	321
§ 6. Przejście do granicy: procesy dyfuzji	323
§ 7*. Błądzenie przypadkowe na płaszczyźnie i w przestrzeni	328
§ 8. Uogólnione jednowymiarowe błądzenie przypadkowe (losowanie sekwencyjne)	331
§ 9. Zadania	334

Rozdział XV

Łańcuchy Markowa

§ 1. Definicja	338
§ 2. Przykłady ilustrujące	340
§ 3. Prawdopodobieństwa przejścia w n krokach	347
§ 4. Domknięcie i zbiory zamknięte	349
§ 5. Klasyfikacja stanów	351
§ 6. Ergodyczne własności łańcuchów nieprzywiedlnych	355
§ 7*. Łańcuchy okresowe	360
§ 8. Stany chwilowe	361
§ 9. Zastosowanie do zagadnienia tasowania kart	366
§ 10. Ogólny proces Markowa	367
§ 11*. Różne uzupełnienia	371
§ 12. Zadania	374

Rozdział XVI*

Algebraiczne metody badania skończonych łańcuchów Markowa

§ 1. Teoria ogólna	378
§ 2. Przykłady	382
§ 3. Błądzenie przypadkowe z ekranami sprężystymi	386
§ 4. Stany chwilowe. Prawdopodobieństwa pochłonięcia	389
§ 5. Zastosowania do czasu powrotu	392

Rozdział XVII

Najprostsze procesy stochastyczne o ciągłym parametrze czasowym

§ 1. Uwagi ogólne	394
§ 2. Proces Poissona	397
§ 3. Czysty proces urodzin	399
§ 4*. Rozbieżny proces urodzin	401
§ 5. Proces urodzin i śmierci	404
§ 6. Wykładniczy czas działania	408
§ 7. Kolejki i problemy obsługi	410
§ 8. Równania wsteczne (retrospektywne)	417
§ 9. Uogólnienie; równania Kołmogorowa	419
§ 10. Procesy z możliwością ucieczek	424
§ 11. Zadania	429
Odpowiedzi do zadań	432
Skorowidz nazwisk	443
Skorowidz pojęć	446