

Spis treści

PRZEDMOWA DO POLSKIEGO WYDANIA xi

WSTĘP xiii

DO STUDENTÓW xxii

KALKULATORY, KOMPUTERY I INNE URZĄDZENIA GRAFICZNE xxiv

TESTY DIAGNOSTYCZNE xxvi

Przegląd analizy matematycznej 1

1 Funkcje i granice

9



- 1.1. Cztery sposoby przedstawiania funkcji 10
- 1.2. Modele matematyczne: katalog podstawowych funkcji 23
- 1.3. Nowe funkcje ze starych funkcji 36
- 1.4. Zagadnienie prostej stycznej i prędkości 45
- 1.5. Granica funkcji 50
- 1.6. Obliczanie granic za pomocą praw 62
- 1.7. Precyzyjna definicja granicy 72
- 1.8. Ciągłość 82

Powtórzenie 94

Zasady rozwiązywania zadań 98

2 Pochodne

105



- 2.1. Pochodne i szybkości zmian 106
 - Projekt pisemny • Wczesne metody znajdowania stycznych 117
- 2.2. Pochodna jako funkcja 117
- 2.3. Wzory na obliczanie pochodnych 130
 - Projekt praktyczny • Budowanie lepszej kolejki górskiej 144
- 2.4. Pochodne funkcji trygonometrycznych 144
- 2.5. Pochodna funkcji złożonej 152
 - Projekt praktyczny • Gdzie pilot powinien rozpocząć schodzenie? 161
- 2.6. Obliczanie pochodnej metodą niejawną (pochodna funkcji uwikłanej) 161
 - Projekt laboratoryjny • Rodziny krzywych uwikłanych 168

- 2.7. Szybkość zmian w naukach przyrodniczych i społecznych 169
- 2.8. Powiązane szybkości 181
- 2.9. Aproksymacja liniowa i różniczki 188
 - Projekt laboratoryjny • Wielomiany Taylora 194
 - Powtórzenie 195
- Dodatkowe zadania 200**

3**Zastosowania pochodnych****203**

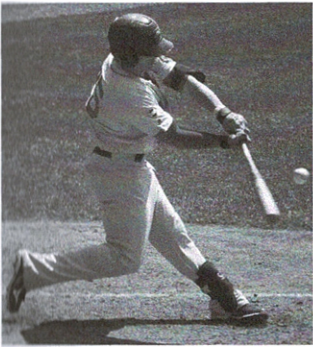
- 3.1. Wartości maksymalne i minimalne 204
 - Projekt praktyczny • Analiza tęczy 213
- 3.2. Twierdzenie Lagrange'a o wartości średniej 215
- 3.3. Jaki wpływ na kształt wykresu mają pochodne? 221
- 3.4. Granice w nieskończoności; asymptoty poziome 231
- 3.5. Podsumowanie szkicowania krzywych 244
- 3.6. Rysowanie wykresów z użyciem rachunku różniczkowego oraz kalkulatorów 251
- 3.7. Zadania optymalizacyjne 258
 - Projekt praktyczny • Kształt puszek 270
 - Projekt praktyczny • Samoloty i ptaki: minimalizowanie energii 271
- 3.8. Metoda Newtona 272
- 3.9. Funkcje pierwotne 278
 - Powtórzenie 285
- Dodatkowe zadania 289**

4**Całki****293**

- 4.1. Pole powierzchni i pokonane odległości 294
- 4.2. Całka oznaczona 306
 - Projekt badawczy • Funkcje pola 319
- 4.3. Podstawowe twierdzenie rachunku całkowego 320
- 4.4. Całki nieoznaczone i twierdzenie o zmianie netto 330
 - Projekt pisemny • Newton, Leibniz i wynalezienie całki 339
- 4.5. Reguła podstawiania 340
 - Powtórzenie 348
- Dodatkowe zadania 352**

5 Zastosowanie całek

355



- 5.1. Pola między krzywymi 356
Projekt praktyczny • Współczynnik Giniego 364
- 5.2. Objętości 366
- 5.3. Objętości wyrażone za pomocą powłok cylindrycznych (pierścieni) 377
- 5.4. Praca 383
- 5.5. Wartość średnia funkcji 389
Projekt praktyczny • Rachunek całkowity i baseball 392
Powtórzenie 393

Dodatkowe zadania 395

6 Funkcje odwrotne

399

Funkcje wykładnicze, logarytmiczne i cyklometryczne

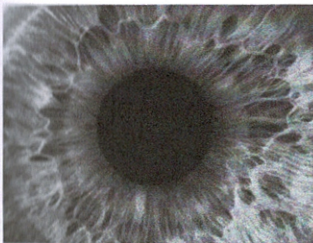
- 6.1. Funkcje odwrotne 400

Wykłady mogą obejmować podrozdziały 6.2–6.4 lub podrozdziały 6.2*–6.4*. Zobacz *Wstęp*.

6.2. Funkcje wykładnicze i ich pochodne 408	6.2.* Funkcja logarytm naturalny 438
6.3. Funkcje logarytmiczne 421	6.3.* Funkcja eksponencjalna 447
6.4. Pochodne funkcji logarytmicznych 428	6.4.* Ogólne funkcje logarytmiczne i wykładnicze 455

- 6.5. Wzrost wykładniczy i rozpad wykładniczy 466
Projekt praktyczny • Kontrola utraty krwinek podczas operacji 473
- 6.6. Funkcje cyklometryczne 474
Projekt praktyczny • Gdzie siedzieć w kinie 483
- 6.7. Funkcje hiperboliczne 484
- 6.8. Symbole nieoznaczone i reguła de l'Hospitala 491
Projekt pisemny • Pochodzenie reguły de l'Hospitala 503
Powtórzenie 503

Dodatkowe zadania 508



7 Metody całkowania

511



- 7.1. Całkowanie przez części 512
 - 7.2. Całki funkcji trygonometrycznych 519
 - 7.3. Podstawienia trygonometryczne 526
 - 7.4. Całkowanie funkcji wymiernych przy użyciu ułamków prostych 533
 - 7.5. Strategia całkowania 543
 - 7.6. Całkowanie z użyciem tablic i systemów algebry komputerowej 548
 - Projekt badawczy • Wzorce występujące w całkach 553
 - 7.7. Obliczanie przybliżonej wartości całek 554
 - 7.8. Całki niewłaściwe 567
 - Powtórzenie 577
- Dodatkowe zadania 580**

8 Dalsze zastosowania całkowania

583



- 8.1. Długość łuku 584
 - Projekt badawczy • Konkurs na długość łuku 590
 - 8.2. Pole powierzchni obrotowej 591
 - Projekt badawczy • Obrót wokół prostej skośnej 597
 - 8.3. Zastosowania w fizyce i technice 598
 - Projekt badawczy • Uzupełniające się kubki do kawy 608
 - 8.4. Zastosowania w ekonomii i biologii 609
 - 8.5. Prawdopodobieństwo 613
 - Powtórzenie 621
- Dodatkowe zadania 623**

9 Równania różniczkowe

625



- 9.1. Modelowanie za pomocą równań różniczkowych 626
- 9.2. Pola kierunków i metoda Eulera 631
- 9.3. Równania o rozdzielonych zmiennych 639
 - Projekt praktyczny • Jak szybko opróżnia się zbiornik? 648
 - Projekt praktyczny • Co jest szybsze: wznoszenie się czy spadanie? 649
- 9.4. Modele wzrostu populacji 650
- 9.5. Równania liniowe 660

- 9.6. Układ drapieżnik-ofiara 667
 Powtórzenie 674
 Dodatkowe zadania 677

10 Równania parametryczne i współrzędne biegunowe 679



- 10.1. Krzywe określone równaniami parametrycznymi 680
 Projekt laboratoryjny • Punkty krążące wokół okręgów 688
- 10.2. Rachunek różniczkowy i całkowy krzywych parametrycznych 689
 Projekt laboratoryjny • Krzywe Béziera 697
- 10.3. Współrzędne biegunowe 698
 Projekt laboratoryjny • Rodziny krzywych we współrzędnych biegunowych 708
- 10.4. Pola i długości we współrzędnych biegunowych 709
- 10.5. Krzywe stożkowe 714
- 10.6. Krzywe stożkowe we współrzędnych biegunowych 722
 Powtórzenie 729
- Dodatkowe zadania 732

11 Ciągi i szeregi nieskończone 733



- 11.1. Ciągi 734
 Projekt laboratoryjny • Ciągi logistyczne 747
- 11.2. Szeregi 747
- 11.3. Kryterium całkowite i szacowanie sum 759
- 11.4. Kryteria porównawcze i ilorazowe 767
- 11.5. Szeregi naprzemienne 772
- 11.6. Zbieżność bezwzględna, kryteria d'Alemberta i Cauchy'ego 777
- 11.7. Strategia badania szeregów 784
- 11.8. Szeregi potęgowe 786
- 11.9. Przedstawianie funkcji w postaci szeregów potęgowych 792
- 11.10. Szereg Taylora i szereg Maclaurina 799
 Projekt laboratoryjny • Nieuchwytna granica 813
 Projekt pisemny • Jak Newton odkrył szereg dwumianowy 813
- 11.11. Zastosowania wielomianów Taylora 814
 Projekt praktyczny • Promieniowanie gwiazd 823
 Powtórzenie 824
- Dodatkowe zadania 827

Dodatki

A1

- A** Liczby, nierówności i wartości bezwzględne A2
- B** Geometria analityczna i linie proste A10
- C** Wykresy równań drugiego stopnia A16
- D** Trygonometria A24
- E** Notacja sigma A34
- F** Dowody twierdzeń A39
- G** Liczby zespolone A46
- H** Odpowiedzi do zadań o numerach nieparzystych A55

Zestawienie wzorów i odpowiedzi do sprawdzianu pojęć A111