

Spis treści

1. Wstęp	7
1.1. Mechanika płynów	7
1.2. Podstawowe pojęcia	7
1.3. Zakres pracy	8
1.4. Notacja	9
2. Teoria pola	11
2.1. Pola skalarne, wektorowe i tensorowe	11
2.2. Izolinie i izopowierzchnie	11
2.3. Linie pola wektorowego	12
2.4. Operatory różniczkowania przestrzennego	13
2.4.1. Gradient	13
2.4.2. Dywergencja	15
2.4.3. Rotacja	16
2.4.4. Operator Laplace'a i operator biharmoniczny	17
2.4.5. Pochodna kierunkowa	20
2.5. Tożsamości wektorowe	22
2.6. Potencjał skalarny i wektorowy	24
2.7. Całkowanie pól skalarnych i wektorowych	26
2.7.1. Całka krzywoliniowa nieskierowana	26
2.7.2. Całka krzywoliniowa skierowana	27
2.7.3. Całka powierzchniowa niezorientowana	28
2.7.4. Całka powierzchniowa zorientowana	29
2.7.5. Strumienie	31
2.8. Twierdzenia całkowe teorii pola	33
2.8.1. Twierdzenie Gaussa	33
2.8.2. Twierdzenie Greena	36
2.8.3. Twierdzenie Stokesa	37
2.8.4. Wzory Greena	39
3. Kinematyka i równanie zachowania masy	41
3.1. Metody opisu stanu płynu	41
3.2. Linie i powierzchnie prądu, trajektorie oraz linie i powierzchnie wirowe	45
3.3. Opis ruchu elementu płynu	46
3.4. Deformacje elementu płynu	50
3.5. I twierdzenie Helmholtza o wirowości	54
3.6. Jakobian i dylatacja	56

3.7.	Twierdzenie Reynoldsa o transporcie	58
3.8.	Równanie zachowania masy	63
3.9.	Funkcja prądu	67
4.	Dynamika	70
4.1.	Siły i stan naprężenia w płynie	70
4.2.	Równanie zachowania pędu	72
4.3.	Równanie zachowania momentu pędu	74
4.4.	Równania konstytutywne płynów newtonowskich	76
4.5.	Równania Naviera-Stokesa i Eulera	82
5.	Energia i entropia	85
5.1.	Równanie zachowania energii	85
5.2.	Równanie Gibbsa	88
5.3.	Druga zasada termodynamiki dla ośrodków ciągłych	88
5.4.	Pierwsza zasada termodynamiki dla ośrodków ciągłych	90
5.5.	Dyssypacja energii mechanicznej	92
5.5.1.	Pojęcie dyssypacji	92
5.5.2.	Funkcja dyssypacji	93
5.5.3.	Niezmienniczość dyssypacji	95
6.	Statyka	98
6.1.	Układ równań	98
6.2.	Powierzchnia rozdziału	100
6.3.	Całkowanie równania równowagi i prawo Pascala	100
6.4.	Napór i paradoks hydrostatyczny	102
6.5.	Moment naporu hydrostatycznego	104
6.6.	Wypór hydrostatyczny i prawo Archimedesesa	106
6.7.	Warunek pływania ciał	107
7.	Przepływy płynów lepkich	109
7.1.	Problem domknięcia układów równań	109
7.2.	Warunki zgodności	111
7.3.	Ogólne równanie transportu	112
7.4.	Warunki brzegowe	113
7.5.	Bezwymiarowa postać podstawowych równań	116
7.5.1.	Równanie zachowania masy	117
7.5.2.	Równanie zachowania pędu	118
7.5.3.	Równanie energii wewnętrznej	118
7.6.	Linearyzacja równania Naviera-Stokesa	119
7.6.1.	Równanie Stokesa	120
7.6.2.	Równanie Oseena	120
7.6.3.	Linearyzacja przez iteracje	121
7.7.	Przepływy pełzające	122
7.7.1.	Dwuwymiarowe przepływy pełzające	123
7.7.2.	Twierdzenie Helmholtza o minimum dyssypacji	129
7.7.3.	Wariacyjne sformułowanie zagadnienia Stokesa	131

7.8.	Równanie Helmholtza	133
7.9.	Zapis równania Naviera-Stokesa za pomocą funkcji prądu	134
7.10.	Niektóre rozwiązania analityczne równania Naviera-Stokesa	135
7.10.1.	Rozwiązania dokładne	137
7.10.2.	Rozwiązania przybliżone	140
8.	Przepływy płynów nielepkich	145
8.1.	Układ równań	146
8.2.	Adiabata Poissona	147
8.3.	Równanie Bernoulliego	147
8.4.	Twierdzenie Kelvina o cyrkulacji	149
8.5.	Twierdzenie Lagrange'a i III twierdzenie Helmholtza o wirowości	150
8.6.	II twierdzenie Helmholtza o wirowości	151
8.7.	Przepływy potencjalne.	152
8.7.1.	Twierdzenie Kelvina o minimum energii kinetycznej	152
8.7.2.	Całka Lagrange'a.	153
8.7.3.	Zamknięte układy równań dla przepływów potencjalnych	154
8.7.4.	Dwuwymiarowe przepływy nieściśliwe i potencjalne	155
8.7.5.	Potencjał zespolony	156
9.	Laminarna warstwa przyścienna	173
9.1.	Równania Prandtla	174
9.2.	Liniowe miary redukcji.	176
9.3.	Zadanie Blasiusa	177
9.4.	Równanie Kármána.	181
10.	Gazodynamika	185
10.1.	Warunki zgodności na powierzchniach nieciągłości.	185
10.2.	Prędkość dźwięku	185
10.3.	Propagacja małych zaburzeń – równania akustyki	186
10.4.	Propagacja dużych zaburzeń	191
10.5.	Liczba Macha i współczynnik prędkości. Parametry krytyczne	195
10.6.	Prostopadła fala uderzeniowa	197
10.7.	Dysza de Lavalá	201
10.8.	Równanie Crocco	203
10.9.	Potencjalny przepływ gazu	204
11.	Turbulencja	206
11.1.	Skale Kołmogorowa	206
11.2.	Dekompozycja i średnie	208
11.3.	Równanie Reynoldsa	210
11.4.	Filtracja równania Naviera-Stokesa	212
11.5.	Niektóre miary turbulencji	214
11.6.	Równanie transportu naprężeń Reynoldsa.	215
11.7.	Hipoteza Boussinesqa. Lepkość turbulentna	218
11.8.	Dyssypacja	219
11.9.	Równanie Fouriera-Kirchhoffa w turbulencji. Dyfuzyjność turbulentna	221

11.10. Przepływy w pobliżu konturów	223
11.10.1. Przepływ między płaskimi płytkami	223
11.10.2. Droga mieszania	225
11.10.3. Turbulentna warstwa przyścienna	227
11.11. Modele turbulencji	229
11.11.1. Model zerorównaniowy	230
11.11.2. Model jednorównaniowy	231
11.11.3. Model dwurównaniowy $k-\varepsilon$	233
11.11.4. Model dwurównaniowy $k-\omega$	237
11.11.5. Model oparty na transporcie naprężeń Reynoldsa	238
11.12. Ogólne równanie transportu wielkości skalarnej	239
11.13. Uwagi na temat ściśliwości w turbulencji	240
12. Przepływy wieloskładnikowe i wielofazowe	244
12.1. Udziały składnikowe	244
12.2. Prędkość barycentryczna i dyfuzyjna	248
12.3. Przepływy wieloskładnikowe	249
12.3.1. Transport masy	249
12.3.2. Prawo Ficka	251
12.3.3. Układ równań dla przypadku nieściśliwego	251
12.3.4. Turbulentne przepływy wieloskładnikowe	253
12.4. Przepływy wielofazowe	256
12.4.1. Równanie zachowania masy	256
12.4.2. Równanie zachowania pędu	259
12.4.3. Równanie konstytutywne	261
12.4.4. Równanie zachowania energii	262
12.4.5. Równanie Gibbsa	265
12.4.6. Równanie bilansu entropii	265
12.4.7. Równanie Fouriera-Kirchhoffa	267
12.4.8. Układ równań dla przepływów wielofazowych nieściśliwych	271
12.4.9. Ogólne równanie transportu wielkości skalarnej	272
13. Rozwiązania	274
Literatura	289
Skorowidz	290