

Spis treści

Od autora	V
Spis przypomnień	7
Spis definicji	9
Spis twierdzeń	11
Spis wstawek	15
Spis podstawowych oznaczeń	17

I. Fundamenty

Rozdział 1. Czym zajmują się metody numeryczne?	21
1.1. Zadanie obliczeniowe	23
1.2. Cel metod numerycznych	25
Rozdział 2. Oprogramowanie dla obliczeń numerycznych	29
2.1. MATLAB i GNU Octave	31
2.1.1. Podstawy	32
2.1.2. Pierwsze obliczenia	34
2.1.3. Skrypty i funkcje	37
2.2. Julia	38
2.2.1. Podstawy	39
2.2.2. Pierwsze obliczenia	40
2.2.3. Skrypty i funkcje	43
2.3. Python: moduły NumPy i SciPy	45
2.3.1. Podstawy	46
2.3.2. Pierwsze obliczenia	47
2.3.3. Skrypty i funkcje	50
2.4. Uwagi i uzupełnienia	52
2.5. Zadania	53
Rozdział 3. Komputer i obliczenia na liczbach rzeczywistych	55
3.1. Zapis zmiennopozycyjny liczb rzeczywistych	55
3.2. Standard arytmetyki zmiennopozycyjnej IEEE 754	57
3.2.1. Liczby maszynowe	58
3.2.2. Operacje arytmetyczne	68
3.2.3. Różnice między arytmetyką dokładną a arytmetyką fl	69
3.2.4. Formaty liczb maszynowych nieobjęte standardem IEEE 754	72

3.3.	Komputer	74
3.3.1.	Procesor	74
3.3.2.	Pamięć	76
3.4.	W skrócie	78
3.5.	Uwagi i uzupełnienia	79
3.6.	Zadania	79
3.7.	Sprawdźmy to w praktyce. Różnicowa aproksymacja pochodnej	81
Rozdział 4. Błędy w zadaniach obliczeniowych		85
4.1.	Błąd bezwzględny i błąd względny	86
4.2.	Uwarunkowanie zadania	87
4.3.	Błąd i uwarunkowanie zadania po składowych	97
4.4.	Uwarunkowanie złożenia	105
4.5.	W skrócie	108
4.6.	Uwagi i uzupełnienia	109
4.7.	Zadania	109
4.8.	Sprawdźmy to w praktyce. Czulość układu elektrycznego na zmianę parametrów	112
Rozdział 5. Jakość algorytmów numerycznych		117
5.1.	Algorytm numeryczny	117
5.2.	Błąd w przód i błąd wstecz	119
5.3.	Koszt obliczeniowy i pamięciowy algorytmu	121
5.3.1.	Złożoność obliczeniowa zadania	129
5.3.2.	Koszt algorytmów rekurencyjnych	130
5.3.3.	Ograniczenia używanego modelu kosztu obliczeń	134
5.4.	Zachowanie się algorytmu w arytmetyce fl	139
5.4.1.	Numeryczna poprawność	139
5.4.2.	Numeryczna stabilność	147
5.4.3.	Praktyczne wskazówki	151
5.5.	W skrócie	157
5.6.	Uwagi i uzupełnienia	158
5.7.	Zadania	158
II. Algebra liniowa		
Rozdział 6. Metody bezpośrednie dla układów równań liniowych		165
6.1.	Jak tego <i>nie</i> robić?	166
6.2.	Proste układy równań liniowych	167
6.2.1.	Układ z macierzą trójkątną	167
6.2.2.	Układ z macierzą ortogonalną	170
6.3.	Rozkłady macierzy	171
6.3.1.	Rozkład LU	171
6.3.2.	Rozkład LU z osiowaniem	177
6.3.3.	Rozkład QR	180
6.4.	Rozkłady macierzy specjalnych	180
6.4.1.	Macierz trójdzielna	180
6.4.2.	Macierz symetryczna i dodatnio określona	182
6.5.	Uwarunkowanie układu równań liniowych	186
6.6.	Reszta, a błąd rozwiązania	191

6.7.	Numeryczna poprawność algorytmów opartych na rozkładach	194
6.7.1.	Rozkład QR	196
6.7.2.	Rozkład LU	197
6.8.	W skrócie	201
6.9.	Software	202
6.10.	Uwagi i uzupełnienia	202
6.11.	Zadania	202
6.12.	Sprawdźmy to w praktyce. Po awarii nad rzeką	206
Rozdział 7. Liniowe zadanie najmniejszych kwadratów		209
7.1.	Proste zadanie najmniejszych kwadratów	211
7.2.	Rozwiązywanie LZNK przez rozkład QR	211
7.3.	Metoda Householdera	213
7.3.1.	Wyznaczenie rozkładu QR metodą Householdera	216
7.3.2.	Koszt rozkładu QR metodą Householdera	218
7.4.	Srowadzenie LZNK do układu równań normalnych	219
7.5.	Uwarunkowanie LZNK	221
7.6.	Reszta, a błąd rozwiązania	223
7.7.	W skrócie	224
7.8.	Software	225
7.9.	Uwagi i uzupełnienia	225
7.10.	Zadania	226
7.11.	Sprawdźmy to w praktyce. Panorama	229
Rozdział 8. Symetryczne zagadnienie własne		233
8.1.	Wyznaczanie pojedynczej pary własnej	235
8.1.1.	Metoda potęgowa	235
8.1.2.	Iloraz Rayleigha	239
8.1.3.	Transformacje widma	240
8.1.4.	Odwrotna metoda potęgowa	241
8.1.5.	Odwrotna metoda potęgowa z przesunięciem	242
8.2.	Uwarunkowanie wartości własnych	245
8.3.	Reszta, a błąd wstecz	248
8.4.	Kryteria stopu	249
8.5.	Pełne zagadnienie własne	252
8.5.1.	Srowadzenie macierzy do prostszej postaci	252
8.5.2.	Metoda „dziel i rządź” dla trójdzielnej macierzy symetrycznej	254
8.5.3.	Wyznaczanie wektorów i wartości własnych modyfikacji rzędu jeden macierzy diagonalnej	256
8.5.4.	Metoda QR	260
8.6.	Lokalizacja wartości własnych	262
8.7.	W skrócie	264
8.8.	Software	265
8.9.	Uwagi i uzupełnienia	265
8.10.	Zadania	265
8.11.	Sprawdźmy to w praktyce. Jak zmienił się cały świat	268
Rozdział 9. Rozkład SVD		275
9.1.	Własności	275

9.2.	Przykłady zastosowań	283
9.2.1.	Nieregularne liniowe zadanie najmniejszych kwadratów	284
9.3.	Wyznaczanie rozkładu SVD	287
9.3.1.	Sprowadzenie do postaci dwudiagonalnej	287
9.3.2.	Metoda „dziel i rządź” dla macierzy dwudiagonalnej	288
9.4.	W skrócie	291
9.5.	Software	292
9.6.	Uwagi i uzupełnienia	292
9.7.	Zadania	292
9.8.	Sprawdźmy to w praktyce. PCA na przykładzie LSA	294
Rozdział 10. Metody iteracyjne dla układów równań liniowych		301
10.1.	Macierze rozrzedzone	301
10.1.1.	Reprezentacja macierzy rozrzedzonych	302
10.2.	Metody iteracyjne oparte na rozszczepieniu macierzy	305
10.2.1.	Klasyczne metody rozszczepienia	306
10.3.	Metody przestrzeni Kryłowa	313
10.3.1.	Metoda CG (sprzężonych gradientów)	316
10.3.2.	Metoda GMRES	321
10.4.	Ściskanie macierzy	323
10.4.1.	Proste operatory ściskające	324
10.4.2.	Ściskanie dla CG: metoda PCG	329
10.5.	Kryteria stopu metod iteracyjnych	330
10.6.	W skrócie	331
10.7.	Software	331
10.8.	Uwagi i uzupełnienia	332
10.9.	Zadania	332
10.10.	Sprawdźmy to w praktyce. Miejska sieć gazowa	336

III. Aproksymacja funkcji i zadania pokrewne

Rozdział 11. Aproksymacja wielomianami		343
11.1.	Istnienie elementu najlepszej aproksymacji	346
11.2.	Najlepsza aproksymacja średniokwadratowa	351
11.2.1.	Uwarunkowanie zadania najlepszej aproksymacji średniokwadratowej	354
11.2.2.	Wyznaczanie wielomianu najlepszej aproksymacji średniokwadratowej	357
11.2.3.	Wielomiany ortogonalne	357
11.2.4.	Przypadek dyskretnej aproksymacji średniokwadratowej	362
11.3.	Najlepsza aproksymacja jednostajna	363
11.3.1.	Charakteryzacja wielomianu najlepszej aproksymacji jednostajnej przez alternans	364
11.3.2.	Wyznaczenie wielomianu aproksymacji jednostajnej	366
11.3.3.	Wielomiany Czebyszewa i ich własności	366
11.4.	Interpolacja Lagrange’a	369
11.4.1.	Algorytm różnic dzielonych	373
11.4.2.	Błąd interpolacji	378
11.4.3.	Najlepsza aproksymacja jednostajna, a interpolacja	381
11.4.4.	Uwarunkowanie zadania interpolacji	388

11.5.	W skrócie	390
11.6.	Software	390
11.7.	Uwagi i uzupełnienia	391
11.8.	Zadania	391
11.9.	Sprawdźmy to w praktyce. Wielomianowy wytrych	395
Rozdział 12. Aproksymacja splajnami		403
12.1.	Splajn, czyli funkcja sklejana z wielomianów	403
12.1.1.	Reprezentacja splajnu w postaci PP	405
12.2.	Reprezentacja splajnu w B-bazie	405
12.2.1.	Własności B-splajnów	406
12.2.2.	Algorytm de Boora	409
12.3.	Interpolacja splajnowa	411
12.3.1.	Interpolacja splajnem liniowym	412
12.3.2.	Interpolacja splajnem kubicznym	417
12.3.3.	Optymalność splajnów interpolacyjnych	425
12.4.	Splajnowa aproksymacja średniokwadratowa	427
12.4.1.	Przypadek dyskretnej aproksymacji średniokwadratowej	430
12.5.	W skrócie	431
12.6.	Software	431
12.7.	Uwagi i uzupełnienia	432
12.8.	Zadania	432
12.9.	Sprawdźmy to w praktyce. Galeria aproksymacji	434
Rozdział 13. Całkowanie		447
13.1.	Proste kwadratury interpolacyjne	448
13.1.1.	Błąd kwadratur interpolacyjnych	450
13.1.2.	Kwadratury Gaussa	452
13.2.	Kwadratury złożone	454
13.2.1.	Błąd kwadratur złożonych	455
13.2.2.	Kwadratury Romberga	458
13.3.	Uwarunkowanie zadania całkowania	463
13.4.	W skrócie	463
13.5.	Software	464
13.6.	Uwagi i uzupełnienia	464
13.7.	Zadania	464
13.8.	Sprawdźmy to w praktyce. Jak często brać tabletkę?	467
Rozdział 14. Równania nieliniowe		471
14.1.	Metoda bisekcji dla równania skalarnego	473
14.2.	Metoda Newtona	478
14.2.1.	Modyfikacje nieużywające pochodnej	483
14.3.	Wielowymiarowa metoda Newtona	486
14.3.1.	Implementacja	490
14.3.2.	Modyfikacje obniżające koszt iteracji	490
14.3.3.	Modyfikacje nieużywające pochodnej	491
14.4.	Zadanie punktu stałego, a równanie nieliniowe	492
14.4.1.	Metoda Banacha (iteracja prosta)	493

14.5.	Uwarunkowanie równania nieliniowego	497
14.6.	Kryteria stopu. Reszta, a błąd	500
14.7.	W skrócie	501
14.8.	Software	502
14.9.	Uwagi i uzupełnienia	502
14.10.	Zadania	503
14.11.	Sprawdźmy to w praktyce. Dializator	506
Rozdział 15. Optymalizacja		509
15.1.	Metoda Newtona	510
15.1.1.	Implementacja	512
15.1.2.	Modyfikacje obniżające koszt iteracji	512
15.1.3.	Modyfikacje ograniczające użycie pochodnych	513
15.2.	Metoda spadku po gradiencie	514
15.2.1.	Wybór długości kroku	517
15.3.	Uwarunkowanie zadania minimalizacji	519
15.4.	Kryteria stopu. Norma gradientu, a błąd	520
15.5.	Nieliniowe zadanie najmniejszych kwadratów	522
15.5.1.	Metoda Gaussa-Newtona	523
15.6.	W skrócie	524
15.7.	Software	525
15.8.	Uwagi i uzupełnienia	525
15.9.	Zadania	526
15.10.	Sprawdźmy to w praktyce. Gdzie ja jestem?	527
Bibliografia		531
Skorowidz		535