Spis treści

Wstęp 13

1. Wprowadzenie 19

1.1. Statystyka opisowa 21
1.2. Wnioskowanie statystyczne 22
1.3. Związki i przewidywanie 23
1.4. Przedmiot naszego zainteresowania: statystyka stosowana 23
1.5. Rola statystyki stosowanej 24
1.6. Czy statystyka kłamie? 26
Kwestia kontrowersyjna: ***Czy procedury statystyczne są nam potrzebne?*** 28
1.7. Kilka wskazówek dotyczących uczenia się statystyki 29
1.8. Podsumowanie 31

2. Pojęcia wstępne 34

2.1. Próby losowe 35
2.2. Zmienne i stałe 37
2.3. Skale pomiarowe 38
2.4. Skale pomiarowe i problemy związane z postępowaniem statystycznym 41
2.5. Dokładność obliczeń dla zmiennych ciągłych 42
2.6. Statystyka i komputery 43
2.7. Podsumowanie 45

3. Rozkłady częstości, centyle i rangi centylowe 49

3.1. Porządkowanie danych jakościowych 51
3.2. Wyniki pogrupowane 51
3.3. Jak utworzyć rozkład liczebności pogrupowanych 54
3.4. Granice pozorne a granice realne 55
3.5. Rozkład liczebności względnych 56
3.6. Diagramy „pień i liść" 58
3.7. Rozkład liczebności skumulowanych 59
3.8. Centyle i rangi centylowe 61
3.9. Obliczanie centyli z danych pogrupowanych 63
3.10. Obliczanie rang centylowych 65
3.11. Podsumowanie 66

4. Graficzna reprezentacja rozkładów liczebności 73

4.1. Podstawowe procedury 74
4.2. Histogram 75
4.3. Wielobok liczebności 77
4.4. Wybór między histogramem a wielobokiem liczebności 78
4.5. Wykres słupkowy i wykres kołowy 81
4.6. Krzywa procentów skumulowanych 83
4.7. Czynniki wpływające na kształt wykresu 85
4.8. Cechy rozkładów liczebności 90
4.9. Podsumowanie 92

5. Tendencja centralna 97

5.1. Wartość modalna 98
5.2. Mediana 98
5.3. Średnia arytmetyczna 100
5.4. Właściwości wartości modalnej 102
5.5. Właściwości średniej 102
Kwestia kontrowersyjna: ***Czy dopuszczalne jest obliczanie średniej dla wyników testów psychologicznych i pedagogicznych?*** 104
5.6. Właściwości mediany 106
5.7. Miary tendencji centralnej w rozkładach symetrycznych i asymetrycznych 108
5.8. Efekty transformacji wyników 110
5.9. Podsumowanie 111

6. Zmienność i wyniki standaryzowane (z) 117

6.1. Rozstęp 119
6.2. Odchylenie ćwiartkowe 119
6.3. Odchylenie wyniku 120
6.4. Miary odchylenia: wariancja 121
Kwestia kontrowersyjna: ***Obliczanie wariancji z próby: Czy powinniśmy dzielić przez*** **n**, ***czy przez*** **(n−1)*?*** 123
6.5. Miary odchylenia: odchylenie standardowe 124
6.6. Obliczanie wariancji i odchylenia standardowego: metoda wykorzystująca wyniki surowe 125
6.7. Właściwości rozstępu 127
6.8. Właściwości odchylenia ćwiartkowego 127
6.9. Właściwości odchylenia standardowego 128
6.10. Jak wielkie jest odchylenie standardowe? 130
6.11. Transformacje wyników i miary zmienności 131
6.12. Wyniki standaryzowane (wyniki *z*) 132
6.13. Porównanie wyników *z* i rang centylowych 136
6.14. Porównywalność wyników 137
6.15. Podsumowanie 138

7. Wyniki standaryzowane i krzywa normalna 144

7.1. Historyczne aspekty krzywej normalnej 146
7.2. Natura krzywej normalnej 147
7.3. Wyniki standaryzowane i krzywa normalna 149

7.4. Krzywa normalna standaryzowana: odszukiwanie powierzchni pod krzywą wtedy, gdy znany jest wynik . . . 150
7.5. Krzywa normalna standaryzowana: odszukiwanie wyników wtedy, gdy znany jest obszar pod krzywą . . . 154
7.6. Krzywa normalna jako model dla zmiennych realnych . . . 156
Kwestia kontrowersyjna: ***Na ile normalna jest krzywa normalna?*** . . . 157
7.7. Krzywa normalna jako model dla rozkładów losowych . . . 159
7.8. Podsumowanie . . . 159

8. Korelacja . . . 164

8.1. Trochę historii . . . 166
8.2. Graficzna forma rozkładów dwuzmiennowych: diagram rozrzutu . . . 167
8.3. Korelacja: problem kierunku . . . 171
8.4. Korelacja: problem siły . . . 173
8.5. Rozumienie znaczenia siły korelacji . . . 175
8.6. Wzory na współczynnik korelacji Pearsona . . . 177
8.7. Wyliczanie r na podstawie wyników surowych . . . 181
8.8. Współczynnik korelacji rangowej Spearmana . . . 182
8.9. Jak rangujemy wyniki . . . 184
8.10. Obliczanie r_S Spearmana . . . 185
8.11. Istnienie korelacji nie jest dowodem na istnienie związku przyczynowego . . . 186
8.12. Efekt transformacji wyników . . . 188
8.13. Przestrogi związane ze współczynnikami korelacji . . . 189
8.14. Inne sposoby pomiaru związku . . . 192
8.15. Podsumowanie . . . 194

9. Predykcja . . . 202

9.1. Problem predykcji . . . 203
9.2. Kryterium najlepszego dopasowania . . . 205
Kwestia kontrowersyjna: ***Regresja najmniejszych kwadratów a prosta rezystentna*** . . . 207
9.3. Równanie regresji: postać dla wyników standaryzowanych . . . 208
9.4. Równanie regresji: postać dla wyników surowych . . . 209
9.5. Błąd predykcji: standardowy błąd oszacowania . . . 212
9.6. Alternatywny (i preferowany) wzór na S_{YX} . . . 215
9.7. Błąd w szacowaniu Y na podstawie X . . . 215
9.8. Przestrogi związane z szacowaniem błędu predykcji . . . 217
9.9. Podsumowanie . . . 219

10. Interpretacyjne aspekty korelacji i regresji . . . 225

10.1. Czynniki oddziałujące na r: zakres zmienności . . . 225
10.2. Współczynnik korelacji w rozkładach nieciągłych . . . 228
10.3. Czynniki oddziałujące na r: heterogeniczność prób . . . 229
10.4. Interpretacja r: równanie regresji I . . . 231
10.5. Interpretacja r: równanie regresji II . . . 233
10.6. Problem zjawiska regresji w badaniach . . . 235
10.7. Pozorny paradoks w regresji . . . 236
10.8. Interpretacja r: proporcja zmienności Y niezwiązana ze zmiennością X . . . 238
10.9. Interpretacja r: proporcja zmienności Y związana ze zmiennością X . . . 239
10.10. Interpretacja r: proporcja poprawnie przyporządkowanych obserwacji . . . 242
10.11. Podsumowanie . . . 244

11. Prawdopodobieństwo 250
11.1. Definiowanie prawdopodobieństwa 251
11.2. Matematyczny model prawdopodobieństwa 252
11.3. Dwa prawa w probabilistyce 254
11.4. Przykład rozkładu prawdopodobieństwa: rozkład dwumianowy 256
11.5. Zastosowanie dwumianu 259
11.6. Rozkład liczebności (i krzywa normalna) jako rozkład prawdopodobieństwa . . . 262
11.7. Czy zdumiewający zbieg okoliczności jest w istocie aż tak zdumiewający? . . . 263
11.8. Podsumowanie 264

12. Losowy dobór do próby i rozkłady z próby 270
12.1. Losowy dobór do próby 272
12.2. Korzystanie z tablic liczb losowych 275
12.3. Rozkład średniej z próby losowej: wprowadzenie 275
12.4. Cechy rozkładu średniej z próby losowej 279
12.5. Wykorzystanie rozkładu wartości $\overline{X}$ z próby do określania prawdopodobieństwa dla różnych zakresów wartości $\overline{X}$ 282
12.6. Podsumowanie 287

13. Wstęp do wnioskowania statystycznego: testowanie hipotez o średnich pojedynczych (z oraz *t*) 294
13.1. Testowanie hipotezy o średniej pojedynczej 296
13.2. Hipoteza zerowa i hipoteza alternatywna 297
13.3. Kiedy odrzucamy hipotezę zerową, a kiedy jej nie odrzucamy? 297
13.4. Ogólne zasady obowiązujące w procedurze testowania hipotez 298
13.5. Problem doktor Brown: wniosek 299
13.6. Decyzja statystyczna 301
13.7. Wybór H_A: test jednostronny i test dwustronny 303
13.8. Przegląd założeń obowiązujących w procedurze testowania hipotez o średniej pojedynczej 305
Kwestia kontrowersyjna: *Plan badawczy dla* n = *1* 309
13.9. Szacowanie błędu standardowego średniej wtedy, gdy wartość σ nie jest znana . 306
13.10. Rozkład *t* 311
13.11. Cechy rozkładu *t* Studenta 313
13.12. Stopnie swobody i rozkład *t* Studenta 315
13.13. Użycie rozkładu *t* Studenta 316
13.14. Przykład: problem profesor Dyett 317
13.15. Obliczanie wartości *t* na podstawie wyników surowych 320
13.16. Poziom istotności a wartości *p* 323
13.17. Podsumowanie 325

14. Interpretacja wyników testowania hipotez: wielkość efektu, błąd I rodzaju i błąd II rodzaju oraz moc testu 334
14.1. Różnica istotna statystycznie a różnica ważna w praktyce 335
14.2. Wielkość efektu 336
Kwestia kontrowersyjna: *Niepublikowanie wyników „nieistotnych"* 340
14.3. Błędy popełniane podczas testowania hipotez 342
14.4. Moc testu 345
14.5. Czynniki wpływające na moc testu: rozbieżność między prawdziwą średnią populacyjną a średnią hipotetyczną (wielkość efektu) 346

14.6. Czynniki wpływające na moc testu: liczebność próby . . . 347
14.7. Czynniki wpływające na moc testu: zmienność pomiarów . . . 348
14.8. Czynniki wpływające na moc testu: poziom istotności (α) . . . 348
14.9. Czynniki wpływające na moc testu: testy jednostronne a testy dwustronne . . . 350
14.10. Obliczanie mocy testu . . . 350
14.11. Szacowanie mocy oraz wielkości próby dla testów weryfikujących hipotezy o średnich . . . 353
Kwestia kontrowersyjna: ***Metaanaliza*** . . . 355
14.12. Problemy związane z losowym doborem do próby oraz z wyprowadzaniem wniosków 358
14.13. Podsumowanie . . . 359

15. Testowanie hipotez o różnicach między dwiema niezależnymi grupami . . . 364

15.1. Hipoteza zerowa i hipoteza alternatywna . . . 365
15.2. Losowy rozkład z próby różnicy między dwiema średnimi z próby . . . 366
15.3. Przykład losowego rozkładu różnic między średnimi z próby . . . 368
15.4. Właściwości rozkładu różnic między średnimi z próby . . . 370
15.5. Określanie wzoru na wartość *t* . . . 371
15.6. Testowanie hipotez o braku różnic między dwiema średnimi niezależnymi: eksperyment z udziałem dzieci dyslektycznych . . . 374
15.7. Wykonywanie testu jednostronnego . . . 376
15.8. Wielkość próby we wnioskowaniu o dwóch średnich . . . 377
Kwestia kontrowersyjna: ***Testowanie równoważności grup eksperymentalnych*** . . . 378
15.9. Wielkość efektu . . . 379
15.10. Szacowanie mocy i wielkości próby podczas testowania hipotez o różnicy między dwiema średnimi niezależnymi . . . 383
15.11. Założenia związane z wnioskowaniem o różnicy między dwiema średnimi niezależnymi . . . 385
15.12. Model losowego doboru do próby a model losowego przydzielania do grup . . . 387
15.13. Losowy dobór do próby i losowe przydzielanie do grup jako narzędzia kontroli eksperymentalnej . . . 388
15.14. Eksperyment a badania w modelu *in situ* . . . 389
15.15. Podsumowanie . . . 391

16. Testowanie hipotez o różnicy między dwiema grupami zależnymi (skorelowanymi) . . . 399

16.1. Określanie wzoru na wartość *t* . . . 401
16.2. Stopnie swobody dla testów weryfikujących hipotezy o braku różnic między średnimi zależnymi . . . 402
16.3. Testowanie hipotez o dwóch średnich zależnych . . . 402
16.4. Alternatywne podejście do problemu dwóch średnich zależnych . . . 406
16.5. Wielkość efektu . . . 408
16.6. Moc testu . . . 410
16.7. Założenia związane z testowaniem hipotez o różnicach między dwiema średnimi zależnymi . . . 410
16.8. Zagrożenia związane z planem prób zależnych . . . 411
16.9. Podsumowanie . . . 413

17. Wnioskowanie o współczynniku korelacji . . . 418

17.1. Losowy rozkład wartości *r* z próby . . . 418
17.2. Testowanie hipotezy o tym, że $\rho = 0$ . . . 420

17.3. Transformacja z' Fishera 422
17.4. Testowanie hipotezy o braku różnicy między ρ_1 a ρ_2: próby niezależne 424
17.5. Siła związku 425
17.6. Uwagi na temat założeń 426
17.7. Wnioskowanie w sytuacji, gdy używamy r_s Spearmana 426
17.8. Podsumowanie 426

18. Alternatywa dla testowania hipotez: przedziały ufności 430

18.1. Przykłady oszacowań 432
18.2. Przedziały ufności dla μ_X 433
18.3. Związek między przedziałami ufności a testowaniem hipotez 437
18.4. Zalety przedziałów ufności 438
18.5. Losowy dobór do próby i uogólnianie wyników 439
18.6. Wyznaczanie przedziału ufności 440
Kwestia kontrowersyjna: ***Obiektywność i subiektywność we wnioskowaniu statystycznym: statystyka bayesowska*** 442
18.7. Przedziały ufności dla $\mu_X - \mu_Y$ 444
18.8. Wielkość próby wymagana podczas tworzenia przedziałów ufności dla μ_X oraz dla $\mu_X - \mu_Y$ 448
18.9. Przedziały ufności dla ρ 450
18.10. Podsumowanie 453

19. Chi-kwadrat i wnioskowanie o częstości 458

19.1. Test zgodności chi-kwadrat 458
19.2. Chi-kwadrat (χ^2) jako miara rozbieżności między liczebnościami oczekiwanymi i obserwowanymi 460
19.3. Logika testu chi-kwadrat 461
19.4. Interpretacja wyników testu chi-kwadrat 463
19.5. Różne hipotetyczne proporcje w teście zgodności 464
19.6. Testowanie hipotez wtedy, gdy $df = 1$ 465
19.7. Wielkość efektu w przypadku problemów zgodności 466
19.8. Założenia związane z użyciem teoretycznego rozkładu chi-kwadrat 467
19.9. Chi-kwadrat jako test niezależności między dwiema zmiennymi 467
19.10. Odszukiwanie liczebności oczekiwanych w tabeli kontyngencji 470
19.11. Obliczanie chi-kwadrat i określanie istotności w tabeli kontyngencji 472
Kwestia kontrowersyjna: ***Poprawka Yatesa na ciągłość*** 474
19.12. Miary wielkości efektu (siły związku) w testach niezależności 475
19.13. Moc i test niezależności chi-kwadrat 477
19.14. Podsumowanie 478

20. Testowanie hipotez o różnicach między trzema grupami albo większą ich liczbą: jednoczynnikowa analiza wariancji (i niektóre jej alternatywy) 484

20.1. Hipoteza zerowa 486
20.2. Logika jednoczynnikowej analizy wariancji: zróżnicowanie wewnątrzgrupowe i zróżnicowanie międzygrupowe 487
20.3. Podział sum kwadratów 490
20.4. Stopnie swobody 493
20.5. Oszacowania wariancji oraz stosunek F 494

20.6. Tabela zbiorcza 496
20.7. Przykład 497
20.8. Porównanie *t* oraz *F* 500
20.9. Wzory w analizie wariancji odwołujące się do wyników surowych 501
20.10. Założenia związane z modelem ANOVA 503
20.11. Wielkość efektu 504
20.12. Model ANOVA a moc testu 506
20.13. Porównania *post hoc* 506
20.14. Kilka obaw związanych z porównaniami *post hoc* 509
20.15. Alternatywa dla testu *F*: porównania zaplanowane 509
20.16. Jak konstruować porównania zaplanowane 511
Kwestia kontrowersyjna: *Analiza wariancji a porównania* a priori 514
20.17. Analiza wariancji dla pomiarów powtarzanych 516
20.18. Podsumowanie 522

21. Czynnikowa analiza wariancji: plan dwuczynnikowy dla grup niezależnych 529
21.1. Efekty główne 531
21.2. Interakcja 533
21.3. Waga interakcji 536
21.4. Podział sumy kwadratów w dwuczynnikowej analizie wariancji 538
21.5. Stopnie swobody 543
21.6. Oszacowania wariancji oraz testy *F* 543
21.7. Analiza rezultatów dwuczynnikowej analizy wariancji 545
21.8. Wielkość efektu 547
21.9. Porównania zaplanowane 549
21.10. Założenia związane z planem dwuczynnikowym i problem nierównej liczby wyników 549
21.11. Podsumowanie 550

22. Niektóre testy (prawie) wolne od założeń 555
22.1. Hipoteza zerowa w testach wolnych od założeń 556
22.2. Testy randomizacyjne 556
22.3. Testy porządku rang 559
22.4. Metoda *bootstrap* (symulacyjna) we wnioskowaniu statystycznym 560
22.5. Wolna od założeń alternatywa dla testu *t* analizującego różnice między dwiema niezależnymi grupami: test *U* Manna-Whitneya 562
Kwestia kontrowersyjna: *Porównanie testu* t *i testu* U *Manna-Whitneya dla rozkładów spotykanych w realnych badaniach empirycznych* 566
22.6. Wolna od założeń alternatywa dla testu *t* analizującego różnice między dwiema zależnymi grupami: test znaków 567
22.7. Inna wolna od założeń alternatywa dla testu *t* analizującego różnice między dwiema zależnymi grupami: test znaków rangowanych Wilcoxona 570
22.8. Wolna od założeń alternatywa dla jednoczynnikowej analizy wariancji dla grup niezależnych: test Kruskala-Wallisa 573
22.9. Wolna od założeń alternatywa dla analizy wariancji dla pomiarów powtarzanych: test rang Friedmana dla prób skorelowanych 576
22.10. Podsumowanie 578

Zakończenie: Domena statystyki 585

Dodatek A: Przegląd podstawowych operacji matematycznych 588

Dodatek B: Reguły sumowania 602

Dodatek C: Lista symboli 604

Dodatek D: Odpowiedzi do zadań 607

Dodatek E: Tablice statystyczne 635

Tablica A: Obszary pod krzywą normalną odpowiadające danej wartości z 635
Tablica B: Rozkład dwumianowy 640
Tablica C: Liczby losowe 644
Tablica D: Rozkład t Studenta 647
Tablica E: Rozkład F 649
Tablica F: Statystyka rozstępu studentyzowanego 654
Tablica G: Wartości współczynnika korelacji wymagane dla różnych poziomów istotności wtedy, gdy H_0: $\rho = 0$ 655
Tablica H: Wartości z' Fishera i odpowiadające im wartości r 657
Tablica I: Rozkład χ^2 658
Tablica J: Wartości krytyczne ΣR_x dla jednostronnego testu U Manna-Whitneya . . . 659
Tablica K: Wartości krytyczne dla mniejszej z dwóch sum rang (R_+ oraz R_-) dla testu znaków rangowanych Wilcoxona 662

Bibliografia 663

Indeks nazwisk 670

Indeks rzeczowy 674