

Spis treści

Przedmowa	5
Wprowadzenie	15
Organizacja podręcznika	15
Sposób zapisu procedur i ich wywoływanie	16
Przykładowy program użytkownika	17
Uwagi o błędach w obliczeniach numerycznych w języku Turbo Pascal	19
Rozdział 1. INTERPOLACJA	31
1.1. Interpolacja wielomianowa	31
1.1.1. Obliczanie wartości wielomianu interpolacyjnego Lagrange'a (funkcja <i>Lagrange</i>)	32
1.1.2. Obliczanie wartości wielomianu algorytmem Neville'a (funkcja <i>Neville</i>)	33
1.1.3. Obliczanie ilorazów różnicowych (procedura <i>divdifferences</i>)	35
1.1.4. Obliczanie wartości wielomianu interpolacyjnego Newtona (funkcja <i>Newtonvalue</i>)	37
1.1.5. Obliczanie współczynników wielomianu interpolacyjnego Newtona (procedura <i>Newtoncoeffns</i>)	39
1.1.6. Obliczanie wartości wielomianu interpolacyjnego Hermite'a (funkcja <i>Hermitevalue</i>)	40
1.1.7. Obliczanie współczynników wielomianu interpolacyjnego Hermite'a (procedura <i>Hermitecoeffns</i>)	44
1.2. Interpolacja trygonometryczna	46
1.2.1. Obliczanie wartości wielomianu trygonometrycznego algorytmem Goertzela-Reinscha (funkcja <i>GReinschvalue</i>)	47
1.2.2. Wyznaczanie współczynników wielomianu trygonometrycznego algorytmem Goertzela-Reinscha (procedura <i>GReinschcoeffns</i>)	49
1.3. Interpolacja funkcjami sklejanymi	51
1.3.1. Obliczanie wartości naturalnej funkcji skleianej stopnia trzeciego (funkcja <i>naturalsplinevalue</i>)	52
1.3.2. Wyznaczanie współczynników naturalnej funkcji skleianej stopnia trzeciego (procedura <i>naturalsplinecoeffns</i>)	54
1.3.3. Obliczanie wartości funkcji skleianej stopnia trzeciego z zadanymi wartościami jej pochodnej na końcach przedziału (funkcja <i>clamped splinevalue</i>)	57

1.3.4. Wyznaczanie współczynników funkcji sklejanej stopnia trzeciego z zadanymi wartościami jej pochodnej na końcach przedziału (procedura <i>clamped splinecoeffns</i>)	59
1.3.5. Obliczanie wartości okresowej funkcji sklejanej stopnia trzeciego (funkcja <i>period splinevalue</i>)	62
1.3.6. Wyznaczanie współczynników okresowej funkcji sklejanej stopnia trzeciego (procedura <i>period splinecoeffns</i>)	66
Rozdział 2. APROKSYMACJA	69
2.1. Aproksymacja średniokwadratowa wielomianami	69
2.1.1. Aproksymacja wielomianowa (procedura <i>polapprox</i>)	69
2.1.2. Aproksymacja wielomianami Grama (procedura <i>Gram</i>)	72
2.1.3. Aproksymacja wielomianami Legendre'a (procedura <i>Legendre</i>)	74
2.1.4. Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi (procedura <i>trigpolapprox</i>)	77
2.2. Aproksymacja jednostajna	79
2.2.1. Aproksymacja wielomianu wielomianem niższego stopnia (procedura <i>lowdegapprox</i>)	79
2.2.2. Aproksymacja funkcji jednej zmiennej na skończonym zbiorze wartości (procedura <i>optapprox</i>)	81
2.2.3. Aproksymacja względna funkcji jednej zmiennej na skończonym zbiorze wartości (procedura <i>relapprox</i>)	84
Rozdział 3. SZYBKIE TRANSFORMACJE FOURIERA	87
3.1. Wyznaczanie zespolonych współczynników wielomianu trygonometrycznego (procedura <i>complexcoeffns</i>)	87
3.2. Obliczanie wartości zespolonych wielomianu trygonometrycznego (procedura <i>complexvalues</i>)	91
3.3. Wyznaczanie rzeczywistych współczynników wielomianu trygonometrycznego (procedura <i>realcoeffns</i>)	94
3.4. Wyznaczanie rzeczywistych współczynników wielomianu trygonometrycznego (procedura <i>realcoeffns2</i>)	97
3.5. Obliczanie wartości rzeczywistych wielomianu trygonometrycznego (procedura <i>realvalues</i>)	99
Rozdział 4. UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH	102
4.1. Metody dokładne	102
4.1.1. Rozwiązywanie układu równań liniowych z macierzą trójkątną górną (procedura <i>uppertrimatrix</i>)	102
4.1.2. Rozwiązywanie układu równań liniowych z macierzą trójkątną dolną (procedura <i>lowertrimatrix</i>)	105
4.1.3. Rozwiązywanie układu równań liniowych metodą eliminacji Gaussa (procedura <i>Gauss</i>)	107

4.1.4.	Rozwiązywanie układu równań liniowych metodą Gaussa-Jordana z pełnym wyborem elementu podstawowego (procedura <i>GaussJordan</i>)	110
4.1.5.	Rozwiązywanie układu równań liniowych z macierzą symetryczną (procedura <i>symmatrix</i>)	114
4.1.6.	Rozwiązywanie układu równań liniowych z macierzą symetryczną dodatnio określoną (procedura <i>symposmatrix</i>)	117
4.1.7.	Rozwiązywanie układu równań liniowych z macierzą trójdziagonalną (procedura <i>trimatrix</i>)	119
4.1.8.	Rozwiązywanie układu równań liniowych o współczynnikach zespolonych (procedura <i>complexmatrix</i>)	122
4.2.	Wyznaczniki i macierze odwrotne	125
4.2.1.	Obliczanie wyznacznika macierzy rzeczywistej (funkcja <i>detrealmatrix</i>)	125
4.2.2.	Obliczanie wyznacznika macierzy zespolonej (procedura <i>detcomplexmatrix</i>)	128
4.2.3.	Wyznaczanie macierzy odwrotnej do macierzy rzeczywistej (procedura <i>invrealmatrix</i>)	130
4.2.4.	Wyznaczanie macierzy odwrotnej do macierzy zespolonej (procedura <i>invcomplexmatrix</i>)	132
4.2.5.	Wyznaczanie macierzy odwrotnej do macierzy symetrycznej (procedura <i>invsymmatrix</i>)	134
4.2.6.	Odwracanie macierzy symetrycznej dodatnio określonej (procedura <i>invsymposmatrix</i>)	137
4.3.	Metody iteracyjne	139
4.3.1.	Rozwiązywanie układu równań liniowych metodą Jacobiego (procedura <i>Jacobi</i>)	139
4.3.2.	Rozwiązywanie układu równań liniowych metodą Gaussa-Seidla (procedura <i>GaussSeidel</i>)	142
4.3.3.	Rozwiązywanie układu równań liniowych metodą Czebyszewa (procedura <i>Chebyshev</i>)	145
Rozdział 5.	ALGEBRAICZNE ZAGADNIENIE WŁASNE	149
5.1.	Ogólne macierze rzeczywiste	149
5.1.1.	Wyznaczanie wartości własnej i odpowiadającego jej wektora własnego metodą potęgową (procedura <i>powermethod</i>)	149
5.1.2.	Przekształcenie macierzy do postaci Hessenberga (procedura <i>Hessenberg</i>)	152
5.1.3.	Rozkład QR macierzy metodą Grama-Schmidta (procedura <i>GramSchmidtQR</i>)	155
5.1.4.	Algorytm QR dla macierzy Hessenberga (procedura <i>HessenbergQR</i>)	158
5.1.5.	Wyznaczanie wartości własnej macierzy Hessenberga metodą Hymana (funkcja <i>Hyman</i>)	160

5.2. Macierze symetryczne	162
5.2.1. Rozwiązywanie algebraicznego zagadnienia własnego dla macierzy symetrycznej (procedura <i>eigensymmatrix</i>)	162
5.2.2. Przekształcenie macierzy symetrycznej na macierz trójdziagonalną metodą Householdera (procedura <i>Householder</i>)	165
5.2.3. Wyznaczanie wartości własnych symetrycznej macierzy trójdziagonalnej metodą Givensa (procedura <i>Givens</i>)	168
5.2.4. Wyznaczanie wektorów własnych symetrycznej macierzy trójdziagonalnej metodą Wielandta (procedura <i>Wielandt</i>)	170
Rozdział 6. RÓWNANIA I UKŁADY RÓWNAŃ NIELINIOWYCH	173
6.1. Równania skalarne z jedną niewiadomą	173
6.1.1. Rozwiązywanie równania metodą <i>regula falsi</i> (funkcja <i>regulafalsi</i>)	173
6.1.2. Rozwiązywanie równania metodą siecznych (funkcja <i>linearintpol</i>)	176
6.1.3. Rozwiązywanie równania metodą Jarratta (funkcja <i>Jarratt</i>)	178
6.1.4. Rozwiązywanie równania metodą Newtona (funkcja <i>Newton</i>)	180
6.1.5. Rozwiązywanie równania metodą Newtona-Raphsona (funkcja <i>NewtonRaphson</i>)	183
6.1.6. Rozwiązywanie równania metodą połowienia (funkcja <i>binarysearch</i>)	186
6.1.7. Rozwiązywanie równania metodą Steffensena (funkcja <i>Steffensen</i>)	188
6.1.8. Rozwiązywanie równania metodą iteracji punktu stałego (funkcja <i>fixedpoint</i>)	191
6.1.9. Rozwiązywanie równania zespolonego metodą Müllera (procedura <i>Muller</i>)	193
6.2. Pierwiastki wielomianów	197
6.2.1. Obliczanie pierwiastków metodą Newtona (funkcja <i>Newtonroots</i>)	197
6.2.2. Obliczanie pierwiastków metodą połowienia (funkcja <i>bisection</i>)	199
6.2.3. Obliczanie pierwiastków zespolonych wielomianu o współczynnikach rzeczywistych metodą Bairstowa (procedura <i>Bairstow</i>)	202
6.2.4. Obliczanie pierwiastków zespolonych wielomianu o współczynnikach rzeczywistych metodą Müllera (procedura <i>Mullerroots</i>)	206
6.2.5. Obliczanie pierwiastków zespolonych wielomianu o współczynnikach rzeczywistych metodą Laguerre'a (procedura <i>Laguerre</i>)	208
6.3. Układy równań nieliniowych	211
6.3.1. Rozwiązywanie układu równań nieliniowych metodą Newtona (procedura <i>Newtonsystem</i>)	211
6.3.2. Rozwiązywanie układu równań nieliniowych za pomocą wariantu Browna metody Newtona (procedura <i>Brown</i>)	216

6.3.3. Rozwiązywanie układu równań nieliniowych uproszczoną metodą Newtona (procedura <i>Newtonsimple</i>)	219
6.3.4. Rozwiązywanie układu równań nieliniowych metodą Broydena (procedura <i>Broyden</i>)	223
Rozdział 7. CAŁKOWANIE NUMERYCZNE	229
7.1. Całki właściwe	229
7.1.1. Obliczanie całki dla prostej funkcji podcałkowej metodą Simpsona (funkcja <i>Simpsonsimple</i>)	229
7.1.2. Obliczanie całki metodą Simpsona w przypadku złożonej funkcji podcałkowej (funkcja <i>Simpson</i>)	232
7.1.3. Obliczanie całki za pomocą ogólnej kwadratury Newtona-Cotesa (funkcja <i>NewtonCotes</i>)	234
7.1.4. Obliczanie całki za pomocą złożonej kwadratury Newtona-Cotesa (funkcja <i>NewtonCotescomp</i>)	237
7.1.5. Obliczanie całki metodą Romberga (funkcja <i>Romberg</i>)	239
7.1.6. Wyznaczanie całki za pomocą kwadratury Gaussa-Legendre'a (funkcja <i>GaussLegendre</i>)	242
7.1.7. Wyznaczanie całki za pomocą kwadratury Gaussa-Jacobiego (funkcja <i>GaussJacobi</i>)	246
7.1.8. Wyznaczanie całki za pomocą kwadratury Gaussa-Czebyszewa (funkcja <i>GaussChebyshev</i>)	250
7.2. Całki niewłaściwe	252
7.2.1. Wyznaczanie całki za pomocą kwadratury Gaussa-Laguerre'a (funkcja <i>GaussLaguerre</i>)	252
7.2.2. Wyznaczanie całki za pomocą kwadratury Gaussa-Hermite'a (funkcja <i>GaussHermite</i>)	256
7.3. Całki wielokrotne	258
7.3.1. Obliczanie całki podwójnej za pomocą złożonej metody Simpsona (funkcja <i>Simpsondouble</i>)	259
7.3.2. Obliczanie całki potrójnej za pomocą złożonej metody Simpsona (funkcja <i>Simpsontriple</i>)	262
Rozdział 8. RÓŻNICZKOWANIE NUMERYCZNE	265
8.1. Obliczanie pochodnej funkcji przy użyciu wzoru interpolacyjnego Lagrange'a (funkcja <i>Lagrangediff</i>)	265
8.2. Obliczanie pochodnej funkcji przy użyciu wzoru interpolacyjnego Newtona (funkcja <i>Newtondiff</i>)	267
8.3. Obliczanie pochodnej funkcji metodą Romberga (funkcja <i>Rombergdiff</i>)	269

Rozdział 9. RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE ZWYCZAJNE	273
9.1. Zagadnienie początkowe	273
9.1.1. Rozwiązywanie zagadnienia początkowego dla pojedynczego równania metodą Eulera (procedura <i>Euler</i>)	273
9.1.2. Rozwiązywanie zagadnienia początkowego dla pojedynczego równania metodą Scratona (procedura <i>Scraton</i>)	277
9.1.3. Rozwiązywanie zagadnienia początkowego dla pojedynczego równania metodą Rungego-Kutty rzędu czwartego (procedura <i>RungeKutta4</i>)	281
9.1.4. Rozwiązywanie zagadnienia początkowego dla pojedynczego równania metodą wielokrokową Adamsa-Bashfortha (procedura <i>AdamsBashforth</i>)	284
9.1.5. Rozwiązywanie zagadnienia początkowego dla pojedynczego równania metodą wielokrokową Adamsa-Moultona (procedura <i>AdamsMoulton</i>)	288
9.1.6. Rozwiązywanie zagadnienia początkowego dla układu równań metodą Rungego-Kutty rzędu czwartego (procedura <i>RungeKutta4system</i>)	293
9.1.7. Rozwiązywanie zagadnienia początkowego dla układu równań metodą Fehlberga (procedura <i>Fehlberg</i>)	299
9.1.8. Rozwiązywanie zagadnienia początkowego dla układu równań metodą wielokrokową Adamsa-Bashfortha (procedura <i>AdamsBashforthsystem</i>)	304
9.1.9. Rozwiązywanie zagadnienia początkowego dla układu równań metodą wielokrokową Adamsa-Moultona (procedura <i>AdamsMoultonsystem</i>)	309
9.1.10. Rozwiązywanie zagadnienia początkowego dla układu równań metodą extrapolacji wymiernej (procedura <i>ratextrapol</i>)	316
9.1.11. Rozwiązywanie zagadnienia początkowego dla pojedynczego równania metodą predyktor-korektor rzędu czwartego (procedura <i>Adamspredcorr</i>)	321
9.1.12. Rozwiązywanie zagadnienia początkowego dla pojedynczego równania metodą predyktor-korektor rzędu czwartego z doborem kroku całkowania (procedura <i>Adamsvarsteppredcorr</i>)	325
9.2. Zagadnienia brzegowe	330
9.2.1. Rozwiązywanie liniowego zagadnienia brzegowego metodą ortogonalizacji (procedura <i>linorthogon</i>)	330
9.2.2. Rozwiązywanie liniowego zagadnienia brzegowego metodą różnicową (procedura <i>linfinitediff</i>)	335
9.2.3. Rozwiązywanie zagadnienia brzegowego prostą metodą strzałów (procedura <i>shooting</i>)	342
9.2.4. Rozwiązywanie zagadnienia brzegowego metodą różnicową (procedura <i>finitediff</i>)	347

9.2.5. Aproksymacja funkcjami łamanymi rozwiązania równania ugięcia belki metodą Rayleigha-Ritza (procedura <i>linearRayleighRitz</i>)	357
Rozdział 10. RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE CZĄSTKOWE	363
10.1. Równania eliptyczne	363
10.1.1. Rozwiązywanie równania rzędu drugiego metodą różnicową (procedura <i>diffmethod</i>)	363
10.1.2. Rozwiązywanie równania eliptycznego metodą różnicową rzędu drugiego (procedura <i>ellipticdiff2</i>)	374
10.1.3. Rozwiązywanie równania Laplace'a metodą elementu skończonego (procedura <i>Laplace</i>)	380
10.2. Równania paraboliczne	386
10.2.1. Rozwiązywanie równania parabolicznego z warunkami Dirichleta przy użyciu schematu Cranka-Nicolsona (procedura <i>CrankNicolson</i>)	386
10.2.2. Rozwiązywanie równania parabolicznego z mieszanymi warunkami brzegowymi przy użyciu schematu Cranka-Nicolsona (procedura <i>CrankNicolsonmixed</i>)	391
10.2.3. Rozwiązywanie równania parabolicznego metodą naprzemiennych kierunków Peacemana-Rachforda (procedura <i>altdirection</i>)	396
10.3. Równania hiperboliczne	402
10.3.1. Rozwiązywanie równania hiperbolicznego metodą różnicową rzędu czwartego (procedura <i>hyperdiff4</i>)	402
10.3.2. Rozwiązywanie równania hiperbolicznego z dwiema zmiennymi przestrzennymi metodą lokalnie jednowymiarową (procedura <i>loc1dim</i>)	409
Literatura	419
Spis zawartości dyskietki	423