

Spis treści

Przedmowa	17
------------------------	-----------

1. Dlaczego warto poznać matematykę zarządzającą sztuczną inteligencją? ..?	32
--	-----------

Czym jest sztuczna inteligencja?	33
Dlaczego sztuczna inteligencja jest dziś tak popularna?	34
Co potrafi sztuczna inteligencja?	35
Specyficzne zadania agenta AI	35
Jakie są ograniczenia sztucznej inteligencji?	37
Co się stanie, gdy systemy AI zawiodą?	39
Dokąd zmierza sztuczna inteligencja?	40
Kim są obecni główni twórcy w dziedzinie sztucznej inteligencji?	41
Jakie obliczenia matematyczne są zwykle stosowane w sztucznej inteligencji? ji?	41
Podsumowanie i spojrzenie w przyszłość	42

2. Dane, dane, dane	44
----------------------------------	-----------

Dane dla AI	45
Dane rzeczywiste a dane symulowane	46
Modele matematyczne — liniowe kontra nieliniowe	47
Przykład danych rzeczywistych	48
Przykład danych symulowanych*	52
Modele matematyczne — symulacje i sztuczna inteligencja	55
Skąd pochodzą dane?	57
Słownictwo związane z rozkładem danych, prawdopodobieństwem i statystyką	59
Zmienne losowe	60
Rozkłady prawdopodobieństwa	60
Prawdopodobieństwa krańcowe	60
Rozkład równomierny i normalny	61
Prawdopodobieństwa warunkowe i twierdzenie Bayesa	61
Prawdopodobieństwa warunkowe i rozkłady łączne	61
Rozkład aprioryczny, rozkład a posteriori i funkcja wiarygodności	62
Kombinacje rozkładów	62

Sumy i iloczyny zmiennych losowych	62
Wykorzystanie grafów do przedstawienia łącznych rozkładów prawdopodobieństwa	62
Wartość oczekiwana, średnia, wariancja i niepewność	63
Kowariancja i korelacja	63
Procesy Markowa	64
Normalizacja, skalowanie i (lub) standaryzacja zmiennej losowej lub zbioru danych	64
Typowe przykłady	64
Rozkłady ciągłe a rozkłady dyskretne (gęstość kontra masa)	65
Potęga funkcji gęstości prawdopodobieństwa łącznego	67
Równomierny rozkład danych	68
Rozkład normalny (Gaussa) w kształcie dzwonu	69
Rozkłady danych — inne ważne i powszechnie używane rozkłady	72
Różne zastosowania słowa „rozkład”	76
Testy A/B	77
Podsumowanie i spojrzenie w przyszłość	77
3. Dopasowywanie funkcji do danych	79
Tradycyjne i bardzo przydatne modele uczenia maszynowego	81
Rozwiązania numeryczne a rozwiązania analityczne	83
Regresja — przewidywanie wartości liczbowej	84
Funkcja szkoleniowa	86
Funkcja straty	88
Optymalizacja	97
Regresja logistyczna — klasyfikacja do dwóch klas	109
Funkcja szkoleniowa	110
Funkcja straty	110
Optymalizacja	112
Regresja softmax — przyporządkowanie do wielu klas	112
Funkcja szkoleniowa	114
Funkcja straty	115
Optymalizacja	116
Wykorzystanie omówionych modeli do ostatniej warstwy sieci neuronowej	116
Inne popularne techniki i zestawy technik uczenia maszynowego	117
Maszyny wektorów nośnych	118
Drzewa decyzyjne	121
Lasy losowe	129
Klasteryzacja k-średnich	130
Miary wydajności dla modeli klasyfikacji	130
Podsumowanie i perspektywy na przyszłość	132

4. Optymalizacja w sieciach neuronowych	134
Kora mózgowa a sztuczne sieci neuronowe	134
Funkcja szkoleniowa — w pełni połączone (gęste) sieci neuronowe	
z przekazem w przód	136
Sieć neuronowa jest reprezentacją grafu obliczeniowego funkcji szkolenowej	137
Łączenie liniowe, dodawanie przesunięcia i aktywacja	138
Popularne funkcje aktywacji	142
Uniwersalna aproksymacja funkcji	144
Teoria aproksymacji dla uczenia głębokiego	150
Funkcje straty	150
Optymalizacja	151
Matematyka sieci neuronowych i ich tajemniczy sukces	152
Zstępowanie gradientowe $w_i + 1 = w_i - \eta \nabla L w_i$	154
Rola hiperparametru szybkości uczenia η	155
Wykresy wypukłe i niewypukłe	158
Stochastyczne zstępowanie gradientowe	161
Inicjalizacja wag w_0 dla procesu optymalizacji	162
Techniki regularyzacji	162
Dropout	162
Wczesne zatrzymanie	163
Normalizacja wsadowa każdej warstwy	163
Kontrola rozmiaru wag poprzez penalizowanie ich normy	165
Penalizacja normy l_2 a penalizacja normy l_1	167
Wyjaśnienie roli hiperparametru regularyzacji α	168
Przykłady hiperparametrów występujących w uczeniu maszynowym	169
Reguła łańcuchowa i propagacja wstecz: Obliczanie $\nabla L w_i$	170
Propagacja wsteczna nie różni się zbytnio od sposobu,	
w jaki uczy się ludzki mózg	171
Dlaczego propagacja wstecz daje lepsze efekty?	172
Propagacja wsteczna w szczegółach	172
Ocena znaczenia cech danych wejściowych	174
Podsumowanie i perspektywy na przyszłość	174
5. Konwolucyjne sieci neuronowe i komputerowe przetwarzanie obrazów	176
Plot i korelacja krzyżowa	178
Niezmienność translacji i równoważność translacji	181
Plot w zwykłej przestrzeni jest iloczynem w przestrzeni częstotliwości	182
Plot z perspektywy projektowania systemów	182
Plot i odpowiedź impulsowa w systemach liniowych	
i niezmiennych względem translacji	183
Operacja plotu a jednowymiarowe sygnały dyskretne	186

Operacja spłotu a dwuwymiarowe sygnały dyskretne	187
Filtrowanie obrazów	188
Mapy cech	190
Notacja algebry liniowej	193
Przypadek jednowymiarowy — mnożenie przez macierz Toeplitza	195
Przypadek dwuwymiarowy — mnożenie przez podwójną blokową macierz cykliczną	196
Pooling	196
Konwolucyjna sieć neuronowa do klasyfikacji obrazów	197
Podsumowanie i perspektywy na przyszłość	199
6. Rozkład według wartości osobliwych — przetwarzanie obrazów, przetwarzanie języka naturalnego i media społecznościowe	200
Faktoryzacja macierzy	201
Macierze diagonalne	204
Macierze jako przekształcenia liniowe działające na przestrzeń	205
Działanie macierzy A na prawe wektory osobliwe	206
Działanie macierzy A na standardowe wektory jednostkowe i wyznaczony przez nie kwadrat jednostkowy	207
Działanie macierzy A na jednostkowym okręgu	208
Transformacja okręgu w elipsę zgodnie z rozkładem według wartości osobliwych	209
Macierze obrotu i odbić	209
Działanie macierzy A na ogólny wektor x	210
Trzy sposoby mnożenia macierzy	211
Ogólny zarys	212
Współczynnik uwarunkowania i stabilność obliczeniowa	214
Elementy rozkładu wartości osobliwych	214
Rozkład według wartości osobliwych a rozkład według wartości własnych	215
Obliczanie rozkładu według wartości osobliwych	216
Numeryczne obliczanie wektora własnego	217
Pseudoinwersja	219
Zastosowanie rozkładu według wartości osobliwych w przetwarzaniu obrazów	219
Analiza składowych głównych a redukcja wymiarów	222
Analiza składowych głównych a grupowanie	224
Aplikacje społecznościowe	224
Utajniona analiza semantyczna	225
Losowy rozkład według wartości osobliwych	225
Podsumowanie i perspektywy na przyszłość	226

7. AI w przetwarzaniu języka naturalnego i finansach — wektoryzacja i szeregi czasowe	227
Modele AI w przetwarzaniu języka naturalnego	230
Przygotowanie danych języka naturalnego do maszynowego przetwarzania	231
Modele statystyczne i funkcja logarytmiczna	233
Prawo Zipfa o licznosci terminów	234
Różne reprezentacje wektorowe dla dokumentów języka naturalnego	234
Reprezentacja wektorowa częstości terminów w dokumencie lub „worku słów”	235
Reprezentacja wektorowa dokumentu TF-IDF	235
Tematyczna reprezentacja wektorowa dokumentu określona przez utajoną analizę semantyczną	236
Reprezentacja wektora tematycznego dokumentu określona przez utajoną alokację Dirichleta	240
Reprezentacja wektora tematycznego dokumentu określona przez utajoną analizę dyskryminacyjną	241
Reprezentacje wektorów znaczeń słów i dokumentów określone przez osadzone sieci neuronowe	242
Podobieństwo kosinusowe	249
Zastosowania mechanizmów przetwarzania języka naturalnego	250
Analiza tonu	250
Filtry spamu	251
Wyszukiwanie i odzyskiwanie informacji	252
Tłumaczenie maszynowe	254
Podpisy do obrazów	254
Chatboty	254
Inne zastosowania	255
Transformery i modele uwagi	255
Architektura transformera	256
Mechanizm uwagi	259
Transformerom daleko do doskonałości	262
Konwolucyjne sieci neuronowe dla danych w postaci szeregów czasowych	263
Rekurencyjne sieci neuronowe dla danych szeregów czasowych	264
Jak działają rekurencyjne sieci neuronowe?	266
Bramkowane jednostki rekurencyjne i jednostki LSTM	267
Przykład danych języka naturalnego	268
Sztuczna inteligencja w dziedzinie finansów	268
Podsumowanie i perspektywy na przyszłość	269

8. Probabilistyczne modele generatywne	270
Do czego przydają się modele generatywne?	271
Typowe reguły matematyczne modeli generatywnych	272
Przejście z myślenia deterministycznego na myślenie probabilistyczne	275
Oszacowanie metodą największej wiarygodności	276
Jawne i niejawne modele gęstości	278
Jawny model gęstości — wykonalny: w pełni sieci przekonań	279
Przykład: generowanie obrazów za pomocą modelu PixelCNN	
i maszynowego dźwięku za pomocą modelu WaveNet	280
Jawny model gęstości — wykonalny: zmiana zmiennych w nieliniowej analizie składowych niezależnych	283
Jawny model gęstości — niepraktyczny: aproksymacja autoenkoderów wariacyjnych za pomocą metod wariacyjnych	284
Jawny model gęstości — niepraktyczny: aproksymacja maszyny Boltzmanna za pomocą łańcucha Markowa	285
Niejawny łańcuch gęstości Markowa — generatywna sieć stochastyczna	286
Niejawna gęstość prawdopodobieństwa — generatywne sieci kontradiktoryjne	286
Jak działają generatywne sieci kontradiktoryjne?	287
Przykład: uczenie maszynowe i sieci generatywne w fizyce wysokich energii	289
Inne modele generatywne	291
Naiwny klasyfikator Bayesa	293
Mieszany model Gaussa	294
Ewolucja modeli generatywnych	295
Sieci Hopfielda	296
Maszyna Boltzmanna	296
Ograniczona maszyna Boltzmanna	297
Oryginalny autoenkoder	298
Probabilistyczne modelowanie języka	299
Podsumowanie i perspektywy na przyszłość	301
9. Modele grafów	302
Grafy — węzły, krawędzie i ich cechy	304
Przykład: algorytm PageRank	307
Odwracanie macierzy za pomocą grafów	311
Grafy grup Cayleya — czysta algebra i obliczenia równoległe	312
Przekazywanie komunikatów w obrębie grafu	313
Nieograniczone zastosowania grafów	314
Sieci ludzkiego mózgu	315
Rozprzestrzenianie się choroby	316
Rozprzestrzenianie się informacji	316

Mechanizmy detekcji i śledzenia rozpowszechniania fałszywych wiadomości	316
Systemy rekomendacji w skali internetu	318
Walka z rakiem	318
Grafy biochemiczne	320
Generowanie grafów molekularnych na potrzeby odkrywania struktur leków i białek	320
Sieci cytowań	320
Sieci mediów społecznościowych i prognozowanie wpływu społecznego	321
Struktury socjologiczne	321
Sieci bayesowskie	321
Prognozowanie ruchu	321
Logistyka i badania operacyjne	322
Modele językowe	322
Struktura grafu internetowego	324
Automatyczna analiza programów komputerowych	325
Struktury danych w informatyce	325
Równoważenie obciążenia w sieciach rozproszonych	326
Sztuczne sieci neuronowe	327
Losowe spacery po grafach	328
Uczenie reprezentacji węzłów	330
Zadania dla grafowych sieci neuronowych	331
Klasyfikacja węzłów	331
Klasyfikacja grafów	332
Klasteryzacja i wykrywanie społeczności	332
Generowanie grafów	332
Maksymalizacja oddziaływania	333
Prognozowanie połączeń	333
Dynamiczne modele grafowe	334
Sieci bayesowskie	334
Sieć bayesowska jako reprezentacja zagęszczonej tabeli prawdopodobieństwa warunkowego	336
Tworzenie prognoz za pomocą sieci bayesowskiej	337
Sieci bayesowskie to sieci przekonań, a nie sieci przyczynowe	337
Ważne informacje o sieciach bayesowskich	338
Łącuchy, rozwidlenia i kolidery	338
Jak skonfigurować sieć bayesowską zmiennych dla znanego zestawu danych?	340
Grafy wykorzystywane na potrzeby probabilistycznego modelowania przyczynowego	340
Krótką historia teorii grafów	343

Główne pojęcia w teorii grafów	344
Drzewa rozpinające i najkrótsze drzewa rozpinające	344
Zbiory przekrojów i wierzchołki przekrojów	344
Planarność	345
Grafy jako przestrzenie wektorowe	345
Realizowalność	346
Kolorowanie i dopasowywanie	346
Wyliczanie	347
Algorytmy i obliczeniowe aspekty grafów	347
Podsumowanie i perspektywy na przyszłość	348
10. Badania operacyjne	349
Nie ma darmowych obiadów	351
Analiza złożoności i notacja $O()$	352
Optymalizacja — sedno badań operacyjnych	354
Myślenie o optymalizacji	358
Optymalizacja — skończone wymiary, bez ograniczeń	359
Optymalizacja — wymiary skończone, ograniczone mnożniki Lagrange’a	359
Optymalizacja — nieskończone wymiary, rachunek wariacyjny	361
Optymalizacja w sieciach	365
Problem komiwojażera	366
Minimalne drzewo rozpinające	367
Najkrótsza ścieżka	368
Maksymalny przepływ, minimalny przekrój	368
Maksymalny przepływ, minimalny koszt	369
Metoda ścieżki krytycznej w projektowaniu	370
Problem n-królowych	370
Optymalizacja liniowa	371
Format ogólny i format standardowy	372
Wizualizacja problemu optymalizacji liniowej w dwóch wymiarach	373
Konwersja funkcji wypukłej na liniową	374
Geometria optymalizacji liniowej	376
Metoda simpleks	378
Problem transportowy i problemy przydziału	384
Dualizm, relaksacja Lagrange’a, ceny cienie, Max-Min, Min-Max i tak dalej	385
Czułość	397
Teoria gier i multiagenty	398
Kolejkowanie	399
Zapasy	400
Uczenie maszynowe w badaniach operacyjnych	401
Równanie Hamiltona-Jacobiego-Bellmana	402
Badania operacyjne na potrzeby sztucznej inteligencji	402
Podsumowanie i perspektywy na przyszłość	403

11. Prawdopodobieństwo	406
Gdzie w tej książce pojawiło się prawdopodobieństwo?	407
Jakie dodatkowe tematy są niezbędne dla sztucznej inteligencji?	410
Modelowanie przyczynowe i rachunek do	410
Alternatywa: rachunek do	411
Paradoksy i interpretacje diagramów	414
Problem Monty'ego Halla	415
Paradoks Berksona	416
Paradoks Simpsona	416
Duże macierze losowe	418
Przykłady losowych wektorów i macierzy	418
Główne rozważania dotyczące teorii macierzy losowych	421
Zespołowe macierze losowe	422
Gęstość wartości własnych sumy dwóch dużych macierzy losowych	424
Niezbędne narzędzia matematyki dla dużych macierzy losowych	424
Procesy stochastyczne	425
Proces Bernoulliego	426
Proces Poissona	427
Losowy spacer	427
Proces Wienera, czyli ruchy Browna	428
Martyngały	428
Proces Levy'ego	429
Proces rozgałęziający	429
Łańcuch Markowa	429
Lemat Itô	430
Procesy decyzyjne Markowa a uczenie przez wzmacnianie	431
Przykłady uczenia przez wzmacnianie	431
Uczenie przez wzmacnianie jako proces decyzyjny Markowa	432
Uczenie przez wzmacnianie w kontekście sterowania optymalnego i dynamiki nieliniowej	434
Biblioteka Pythona do obsługi uczenia przez wzmacnianie	434
Rygorystyczne podstawy teoretyczne	434
Które zdarzenia mają prawdopodobieństwo?	435
Czy można mówić o szerszym zakresie zmiennych losowych?	435
Trójka prawdopodobieństwa (przestrzeń próbek, algebra sigma, miara prawdopodobieństwa)	436
Gdzie leży trudność?	437
Zmienna losowa, oczekiwanie i całkowanie	438
Rozkład zmiennej losowej i twierdzenie o zmianie zmiennej	439
Kolejne kroki w rygorystycznej teorii prawdopodobieństwa	440
Twierdzenie o uniwersalności dla sieci neuronowych	440
Podsumowanie i perspektywy na przyszłość	440

12. Logika matematyczna	442
Różne frameworki logiki	443
Logika zdaniowa	443
Od kilku aksjomatów do kompletnej teorii	446
Kodyfikacja logiki w agencie	446
Uczenie maszynowe deterministyczne kontra probabilistyczne	447
Logika pierwszego rzędu	447
Relacje pomiędzy kwantyfikatorami „dla wszystkich” i „istnieje”	449
Logika probabilistyczna	450
Logika rozmyta	451
Logika temporalna	452
Porównanie z ludzkim językiem naturalnym	452
Maszyny i złożone wnioskowanie matematyczne	453
Podsumowanie i perspektywy na przyszłość	453
 13. Sztuczna inteligencja i cząstkowe równania różniczkowe	 455
Co to jest cząstkowe równanie różniczkowe?	456
Modelowanie z wykorzystaniem równań różniczkowych	457
Modele w różnych skalach	458
Parametry równań PDE	458
Zmiana jednej rzeczy w PDE może mieć wielkie znaczenie	459
Czy można wykorzystać sztuczną inteligencję?	461
Rozwiązania numeryczne są bardzo cenne	461
Funkcje ciągłe a funkcje dyskretnie	462
Motywy PDE z mojej pracy doktorskiej	464
Dyskretyzacja i przekleństwo wymiarowości	466
Różnice skończone	467
Elementy skończone	472
Metody wariacyjne, czyli energetyczne	477
Metody Monte Carlo	477
Wybrane zagadnienia mechaniki statystycznej — cudowne równanie główne	480
Rozwiązania jako oczekiwania badanych procesów losowych	482
Przekształcanie równań PDE	482
Transformata Fouriera	482
Transformata Laplace’a	484
Operatory rozwiązań	485
Przykład użycia równania ciepła	486
Przykład użycia równania Poissona	487
Iteracja oparta na punkcie stałym	489

Sztuczna inteligencja dla PDE	495
Uczenie głębokie w celu rozpoznania wartości fizycznych parametrów	495
Uczenie głębokie do nauki siatek	495
Uczenie głębokie w celu uzyskania przybliżeń operatorów rozwiązań PDE	498
Rozwiązania numeryczne wielkowymiarowych równań różniczkowych	504
Symulowanie zjawisk naturalnych bezpośrednio na podstawie danych	506
Równanie PDE Hamiltona-Jacobiego-Bellmana w programowaniu dynamicznym	507
Równania PDE na potrzeby AI?	512
Inne rozważania dotyczące cząstkowych równań różniczkowych	513
Podsumowanie i perspektywy na przyszłość	514
14. Sztuczna inteligencja, etyka, matematyka, prawo i przepisy	516
Dobra sztuczna inteligencja	518
Przepisy mają znaczenie	520
Co może pójść źle?	521
Od matematyki do broni	521
Chemiczne środki bojowe	523
Sztuczna inteligencja a polityka	523
Niezamierzone wyniki działania modeli generatywnych	524
Jak to naprawić?	525
Rozwiązanie problemu niedostatecznej reprezentacji danych szkoleniowych	525
Rozwiązanie problemu stronniczości w wektorach słów	525
Prywatność	526
Uczciwość	527
Wstrzykiwanie moralności do systemów sztucznej inteligencji	528
Demokratyzacja i dostępność systemów sztucznej inteligencji dla nieprofesjonalistów	529
Priorytetyzacja danych wysokiej jakości	529
Odróżnianie stronniczości od dyskryminacji	530
Szum medialny	531
Końcowe przemyślenia	532
Skorowidz	534