

SPIS TREŚCI

I. ALGEBRA

1. 1.	Działania na liczbach względnych	Str.
1. 1. 1.	Dodawanie	1
1. 1. 2.	Odejmowanie	1
1. 1. 3.	Mnożenie	2
1. 1. 4.	Dzielenie	2
1. 2.	Potęgi	
1. 2. 1.	Definicja	2
1. 2. 2.	Znak potęgi	2
1. 2. 3.	Mnożenie potęg	3
1. 2. 4.	Dzielenie potęg	3
1. 2. 5.	Potęga potęgi	3
1. 2. 6.	Potęga iloczynu	3
1. 2. 7.	Potęga ilorazu	4
1. 2. 8.	Potęgi o wykładniku zerowym i ujemnym	4
1. 3.	Jednomiany	
1. 3. 1.	Definicje	5
1. 3. 2.	Mnożenie jednomianów	5
1. 3. 3.	Dzielenie jednomianów	6
1. 3. 4.	Potęgowanie jednomianów	6
1. 4.	Wielomiany	
1. 4. 1.	Definicja	6
1. 4. 2.	Mnożenie wielomianów	6
1. 4. 3.	Dzielenie wielomianów	7
1. 4. 4.	Wyłączanie poza nawias	8
1. 4. 5.	Potęgowanie wielomianów	8
1. 4. 6.	Różnica kwadratów	8
1. 4. 7.	Rozkładanie wielomianów na czynniki ...	9
1. 5.	Działania na ułamkach algebraicznych	
1. 5. 1.	Ułamki algebraiczne	9
1. 5. 2.	Wyznaczanie wspólnego mianownika dla ułamków algebraicznych	10

	Str.
1. 5. 3. Dodawanie i odejmowanie ułamków	11
1. 5. 4. Mnożenie i dzielenie ułamków	12
1. 6. Pierwiastki	
1. 6. 1. Pierwiastek kwadratowy	13
1. 6. 2. Działania na pierwiastkach	16
1. 6. 3. Potęga o wykładniku ułamkowym	17
1. 6. 4. Uwalnianie mianownika ułamka od pier- wiastka niewymiernego	18
1. 7. Równania	
1. 7. 1. Równania o współczynnikach literowych	19
1. 7. 2. Równanie kwadratowe	23
1. 8. Proporcje	
1. 8. 1. Rozwiązywanie zadań przy pomocy proporcji	27

II. TRYGNOMETRIA PŁASKA

2. 1. Wstęp	
2. 2. Funkcje	
2. 2. 1. Wartości zmienne. Zależność funkcyjna ..	32
2. 2. 2. Układ współrzędnych prostokątnych	33
2. 2. 3. Wykresy, tablice i wzory funkcji	34
2. 2. 4. Funkcje trygonometryczne	40
2. 2. 5. Przebieg funkcji w pierwszej ćwiartce ...	42
2. 2. 6. Wykresy funkcji trygonometrycznych ..	44
2. 2. 7. Związki między funkcjami tego samego kąta	46
2. 2. 8. Funkcje kąta dopełniającego	49
2. 2. 9. Rozwiązywanie trójkąta prostokątnego ..	49
2. 2. 10. Wypadki praktycznego zastosowania trójkątów prostokątnych	55
2. 2. 11. Wypadki geometrycznego zastosowania trójkątów prostokątnych	61
2. 2. 12. Wzory redukcyjne	68
2. 2. 12. 1. Funkcje kątów w I i II ćwiartce	68
2. 2. 12. 2. Funkcje kątów w III i IV ćwiartce (kąty wklęsłe)	71
2. 2. 12. 3. Funkcje kąta ujemnego	72
2. 2. 13. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	73
2. 2. 14. Łukowa miara kąta	75
2. 2. 15. Funkcje trygonometryczne małych kątów	78
2. 2. 16. Ćwiczenia na zastosowanie trójkątów prostokątnych	81
2. 2. 17. Związki między funkcjami trygonometrycznymi	90
2. 2. 17. 1. Funkcje sumy i różnicy dwóch kątów	90

	Str
2. 2. 17. 2. Funkcje kąta podwojonego wyrażone przez funkcje kąta pojedynczego ..	93
2. 2. 17. 3. Funkcje kąta wyrażone przez funkcje jego połowy	93
2. 2. 17. 4. Funkcje połowy kąta wyrażone przez funkcje całego kąta	94
2. 2. 18. Zamiana sumy i różnicy sinusów i cosinusów dwóch kątów na iloczyn	95
2. 2. 19. Funkcja semiversus	96
2. 3. Związki między bokami i kątami dowolnego trójkąta	
2. 3. 1. Twierdzenie sinusowe	97
2. 3. 2. Twierdzenie cosinusowe	103
2. 3. 3. Twierdzenie semiversusów	105
2. 3. 4. Twierdzenie trzech boków	108
2. 3. 5. Wzory połówkowe	110
2. 3. 6. Twierdzenie tangensowe	112
2. 3. 7. Ćwiczenia na rozwiązywanie trójkątów dowolnych	117
2. 3. 8. Wypadki praktycznego zastosowania trójkątów dowolnych	120
2. 3. 9. Przykłady i zadania	122

III. TRYGONOMETRIA SFERYCZNA

3. 1. Wiadomości wstępne	
3. 1. 1. Elementy wyznaczające płaszczyznę	133
3. 1. 2. Prosta i płaszczyzna	133
3. 1. 3. Prosta prostopadła do płaszczyzny	134
3. 1. 4. Dwie płaszczyzny	135
3. 1. 5. Kąt dwuścienny	136
3. 1. 6. Kąt bryłowy trójścienny	137
3. 1. 7. Miejsce geometryczne	139
3. 1. 8. Elipsa	139
3. 1. 9. Rzut okręgu	140
3. 1. 10. Kula	141
3. 1. 11. Kąt sferyczny	143
3. 1. 12. Współrzędne sferyczne	144
3. 1. 13. Trójkąt sferyczny	144
3. 2. Związki między bokami i kątami trójkąta sferycznego	
3. 2. 1. Twierdzenia sinusowe dla trójkąta sferycznego	147
3. 2. 2. Podstawowy trójkąt sferyczny na kuli ziemskiej	151

	Str.
3. 2. 3. Podstawowy trójkąt astronomii nautycznej	153
3. 2. 4. Ćwiczenia na zastosowanie twierdzenia si- sowego	155
3. 2. 5. Twierdzenie cosinusowe dla trójkątów sfe- rycznych	156
3. 2. 6. Ćwiczenia na zastosowanie twierdzenia cosi- nusowego	161
3. 2. 7. Twierdzenie semiversusów dla trójkątów sferycznych	162
3. 2. 8. Ćwiczenia na zastosowanie twierdzenia se- miversusów	165
3. 2. 9. Trójkąt sferyczny prostokątny	166
3. 2. 10. Reguła Nepera	169
3. 2. 11. Ćwiczenia na regułę Nepera	176

IV. ĆWICZENIA I ZADANIA

4. 1. Ćwiczenia i zadania z algebry	178
4. 2. Zadania z trygonometrii płaskiej	197
4. 3. Zadania z trygonometrii sferycznej	209
4. 4. Zadania astronomiczne i nawigacyjne	217

V. PODSTAWOWE WZORY TRYGONOMETRYCZNE

5. 1. Trygonometria płaska	
5. 1. 1. Związki między funkcjami trygonometrycz- nymi	219
5. 1. 2. Wzory sumy i różnicy kątów	219
5. 1. 3. Funkcje kąta podwójnego	219
5. 1. 4. Funkcje połowy kąta	219
5. 1. 5. Zamiana sumy i różnicy funkcji na iloczyn	220
5. 1. 6. Funkcja semiversus	220
5. 1. 7. Twierdzenie sinusowe	220
5. 1. 8. Twierdzenie cosinusowe	220
5. 1. 9. Twierdzenie semiversusów	221
5. 1. 10. Twierdzenie trzech boków	221
5. 1. 11. Wzory połówkowe	221
5. 1. 12. Twierdzenie tangensowe	222
5. 1. 13. Pole trójkąta	222
5. 1. 14. Funkcje 30° , 45° , 60°	222
5. 1. 15. Wzory redukcyjne	223
5. 2. Trygonometria sferyczna	
5. 2. 1. Twierdzenie sinusowe	224
5. 2. 2. Twierdzenie cosinusowe dla boków	224
5. 2. 3. Twierdzenie cosinusowe dla kątów	224
5. 2. 4. Twierdzenie semiversusów	224
5. 2. 5. Wzory Nepera dla trójkątów prostokątnych	225